

Comment aider l'élève à se représenter le nombre ?

Utiliser la résolution de calcul pour identifier les facteurs entraînant des difficultés en mathématiques chez l'élève.

Master en pédagogie spécialisée – Volée 18-21

Remerciements

Par ces quelques lignes, je tiens sincèrement à remercier toutes les personnes qui m'ont soutenue et accompagnée lors de la rédaction de ce mémoire :

Mon directeur de mémoire, Monsieur Alaric Kohler, pour sa disponibilité sans faille, son suivi régulier, sa bienveillance et nos riches échanges.

Les élèves qui ont participé à cette recherche qui, sans eux, n'aurait pas eu lieu.

Mes deux acolytes de formation, Marie et Emmanuelle pour leur soutien infaillible, leur écoute, leur humour et leur amitié.

Mes chères collègues, Lauranne et Marylise pour leur relecture attentive.

Liste des figures

FIGURE 1 : SCHÉMA SUR LE CONCEPT NOMBRE. CHARNAY, 2003, p. 11.....	3
FIGURE 2 : SCHÉMA DE LA RÉOLUTION DE CALCUL PREMIÈRE VERSION.	4
FIGURE 2 : STADES DE DÉVELOPPEMENT SELON PIAGET.	20
FIGURE 3 : SCHÉMA DE LA RÉOLUTION DE CALCUL DEUXIÈME VERSION.	22
FIGURE 4 : SCHÉMA DU PLAN D’ACTION MÉTHODOLOGIQUE.	27

Liste des tableaux

TABLEAU 1 : AVANTAGES ET INCONVÉNIENTS DE L’UTILISATION DES DOIGTS	11
TABLEAU 2 : DESCRIPTION ACTIVITÉ 1.....	29
TABLEAU 3 : DESCRIPTION ACTIVITÉ 2.....	31
TABLEAU 4 : DESCRIPTION ACTIVITÉ 3.....	32
TABLEAU 5 : DESCRIPTION ACTIVITÉ 4.....	34
TABLEAU 6 : DONNÉES DE LA TÂCHE 1.	36
TABLEAU 7 : DONNÉES DE LA TÂCHE 2	38
TABLEAU 8 : DONNÉES DE LA TÂCHE 3	39
TABLEAU 9 : DONNÉES DE LA TÂCHE 4	39
TABLEAU 10 : STADES DE DÉVELOPPEMENT.....	57

Liste des annexes

ANNEXE 1 : PROTOCOLE D’ENTRETIEN ET DESCRIPTION DE LA TÂCHE 1.....	70
ANNEXE 2 : PROTOCOLE D’ENTRETIEN ET DESCRIPTION DE LA TÂCHE 2.....	77
ANNEXE 3 : PROTOCOLE D’ENTRETIEN ET DESCRIPTION DE LA TÂCHE 3.....	82
ANNEXE 4 : GRILLE D’OBSERVATION ET D’ANALYSE DES ENTRETIENS.	85
ANNEXE 5 : DOCUMENTS TRANSMIS AUX PARENTS POUR AUTORISATION DE FILMER.	87
ANNEXE 6 : SCHÉMA SUR LE CONCEPT NOMBRE DE CHARNAY (2003, p.11).....	88

Résumé

Ce travail de recherche met en avant les facteurs entraînant des difficultés en mathématiques grâce à des activités effectuées par des élèves sur base du calcul et autour du nombre et ce, pour comprendre leur cheminement vers la conception du nombre. J'ai utilisé un schéma sur lequel je me suis basée en gardant l'élément central : le concept nombre pour répondre à toutes les étapes de cette recherche. Le but principal est la question de progression des élèves. L'aboutissement de cette recherche met en lumière de nouveaux éléments très intéressants à explorer, et oriente mon regard d'enseignante spécialisée vers d'autres horizons.

Mots clés

Difficultés – conception du nombre – pensée – relation pédagogique

La table des matières

INTRODUCTION	1
I. PROBLEMATIQUE	3
A. Le point de départ de la réflexion problématique	3
B. Description et enjeux du schéma de la résolution de calcul	6
C. Définition des activités	10
Le comptage	10
Le dénombrement	13
La Sériation	15
Les procédures ou habitudes	16
L'action pédagogique	17
La gestion de l'espace	18
Le langage - la communication	18
Stades de développement de Piaget	20
Synthèse	21
D. Hypothèses	24
E. Question de recherche et objectifs du travail	24
Question de recherche	24
Objectifs du travail	24
II. METHODOLOGIE	25
A. Les fondements méthodologiques	25
B. Contexte de la recherche	27
C. Choix des outils	28
D. Collecte des données et analyse	35
III. RÉCOLTE DES DONNÉES ET ANALYSE	36
A. Récolte des données	36
Tâche 1	36
Tâche 2	38
Tâche 3	39
Tâche 4	39
B. Interprétations et analyse des données	40
Catégorie A : poser le problème	40
Catégorie B : langage et communication	41
Catégorie C : opérations	48
Catégorie D : Procédures de résolution de calcul	49
Catégorie E : concept nombre	53
IV	

IV.	DISCUSSION	56
A.	Question et sous-questions de recherche	56
B.	Facteurs insoupçonnés	59
	Accueillir la pensée de l'élève	60
	L'espace limitant l'activité	61
	Le langage	63
	CONCLUSION	65
	BIBLIOGRAPHIE	67

INTRODUCTION

Je travaille actuellement dans un centre pédagogique qui se compose d'une école spécialisée et d'un internat. Je m'occupe d'un lieu nommé par la direction : « espace pédagogique ». Ce nom est accepté et utilisé par tous. Cet espace est fonctionnel depuis maintenant presque 5 ans. Une description de sa fonction me semble essentielle afin de comprendre le contexte des réflexions autour de cette recherche. L'espace pédagogique se définit comme un lieu accueillant des élèves en individuel pour travailler un objectif établi avec son enseignante titulaire. Je travaille donc cet objectif avec l'élève tout au long de l'année scolaire sauf si le projet prend fin et cela peut arriver pour diverses raisons. Cela peut être pour une nouvelle orientation, une réussite de l'objectif, un changement d'école, un comportement inadéquat...

Lorsqu'il a fallu choisir un sujet de mémoire, j'ai longuement hésité. Et pourtant, dès le départ, je pensais savoir sur quoi allait porter ma recherche. La plupart du temps, les élèves que j'accueille quittent le circuit ordinaire après avoir subi une multitude d'échecs ayant souvent pour conséquence qu'ils portent un regard négatif sur l'école. De ce fait, ils n'arrivent pas à s'investir dans les activités. Le manque de motivation est bien présent et péjore l'apprentissage. C'est pourquoi, je travaille toujours avec eux par le jeu. C'est une excellente façon **de créer du lien** mais aussi de travailler des notions et de les évaluer sans même qu'ils s'en rendent compte. Mon premier choix de recherche s'est donc dirigé vers la place du jeu dans l'enseignement. Cette recherche était pour moi tellement évidente qu'elle en devenait moins intéressante.

En enseignement spécialisé, les matières principales enseignées sont les mathématiques et le français. De nombreux sujets autour des mathématiques attiraient ma curiosité d'enseignante spécialisée. J'ai cette chance de pouvoir cibler précisément sur quoi travailler avec les élèves que je suis et surtout la chance de les voir individuellement. Je peux, de cette manière, prendre le temps **d'observer**. J'observe les ressources et les faiblesses de l'élève en lien avec l'objectif qui m'a été donné d'atteindre avec lui. Je me suis penchée sur ce qui revenait le plus souvent dans mes soutiens individuels : les difficultés en mathématiques chez les élèves.

Je me suis alors questionnée, j'ai observé et j'ai trouvé ce point de départ : pourquoi un grand nombre d'élèves ont des difficultés lorsqu'ils résolvent un calcul ? C'est le cas de nombreux élèves qui avancent dans leurs apprentissages en mathématiques et qui n'ont toujours pas acquis le concept du nombre. Voici plusieurs observations : premièrement, certains étudient des opérations telles que les divisions ou les multiplications sans avoir une représentation correcte du nombre. Ils apprennent pour cela des procédures et les suivent à la lettre sans se les approprier ni les comprendre. J'ai aussi remarqué que pour la plupart d'entre eux, les procédures utilisées par les élèves sont celles enseignées. Deuxièmement, d'autres élèves comptent correctement sans forcément utiliser le nombre correctement. Ils effectuent parfois des calculs et des exercices sans pouvoir expliquer les raisons des résultats trouvés. Troisièmement, beaucoup d'élèves viennent travailler dans mon espace la numéra-

tion. Et c'est lorsque je commence à enseigner cette matière que je me rends compte qu'il existe chez ces élèves des lacunes autres que la numération des nombres. Celles-ci sont bien plus basiques. Des élèves connaissent les nombres jusqu'aux milliers et ne se rendent par forcément compte des quantités que cela représente. Pour finir, la décomposition-recomposition des nombres est également peu maîtrisée par les élèves. Que ce soit pour les nombres inférieurs à dix ou ceux qui sont supérieurs à 100, cette capacité à décomposer le nombre ne semble clairement pas acquise. Comment les élèves continuent leur apprentissage des mathématiques sur des bases aussi instables ?

Les conséquences à cela peuvent faire échouer l'élève en mathématiques. Et pourtant, ils en ont probablement tous besoin dans leur quotidien et même pour leur futur. Que ça soit pour leurs futures études, leurs futurs apprentissages ou encore leur futur métier, les élèves ont besoin des mathématiques. Je prends l'exemple d'un élève ayant ces difficultés, il a trouvé une place pour un apprentissage dans la vente. Lors de son premier stage, il s'est occupé de la caisse. Rendre la monnaie était très difficile pour lui. Il n'y arrive pas parce qu'il ne se représente pas les nombres comme des quantités. Et pourtant, il a toujours fait énormément d'exercices en mathématiques et il se débrouillait assez bien, sauf quand il s'agissait de problèmes ou de mises en situation dans le concret comme rendre la monnaie. Lorsque les élèves sont sortis du contexte scolaire, cela pose souci. C'est un exemple parmi tant d'autres. Les situations des élèves sont variées mais ont un point commun : la conception du nombre n'est pas acquise.

C'est ainsi que l'élément central de ma recherche est né : **la conception du nombre**. Celle-ci pose énormément de soucis aux élèves et engendre des conséquences dans la suite de leurs apprentissages. J'ai alors commencé à creuser dans la théorie pour expliquer ces constats. Puis, j'ai ouvert un ouvrage de Brissiaud, 2003 et tout me paraissait de plus en plus en lien avec la réalité en classe. En poursuivant mes lectures, je suis parvenue à une question de départ :

« Identifier les facteurs entraînant des difficultés en mathématiques chez l'élève permet-il à l'enseignant spécialisé de les faire progresser rapidement ? »

Ces nombreuses lectures ont aussi apporté un lot de sous-questions qui découlent de cette question de départ : Comment l'élève se représente-t-il le nombre ? Connait-il ses aspects cardinaux et ordinaux ? Qu'est-ce qui causerait autant de difficultés autour de la résolution de calcul ? Où se situe-t-il dans son cheminement vers la conception du nombre ? Mais comment trouver des réponses à toutes ces sous-questions ?

Par ce travail, je tente d'éclaircir tout ce qui touche à la conception du nombre et trouver tout ce qui intervient dans la résolution de calcul. Pourquoi le calcul pose-t-il autant de difficultés pour les élèves ?

I. PROBLÉMATIQUE

A. Le point de départ de la réflexion problématique

Peu importe le degré de difficulté, la résolution de calcul pose constamment souci. Que ce soit des additions, des soustractions ou autres opérations mathématiques, les élèves ne s'en sortent pas. C'est pourquoi, j'aimerais regarder plus précisément ce qui engendre cela.

En y réfléchissant, énormément de facteurs peuvent interférer dans la résolution d'un calcul. Je vais les énumérer et en développer certains. D'un élève à l'autre, ces interférences se répètent constamment. J'ai tenté de les catégoriser en me basant sur la « théorie des champs conceptuels » par Vergnaud (1991) et sur un schéma de Charnay (2003). Je schématise de manière plus simple celui de Charnay. Ce même schéma est détaillé plus précisément en annexe p.88.

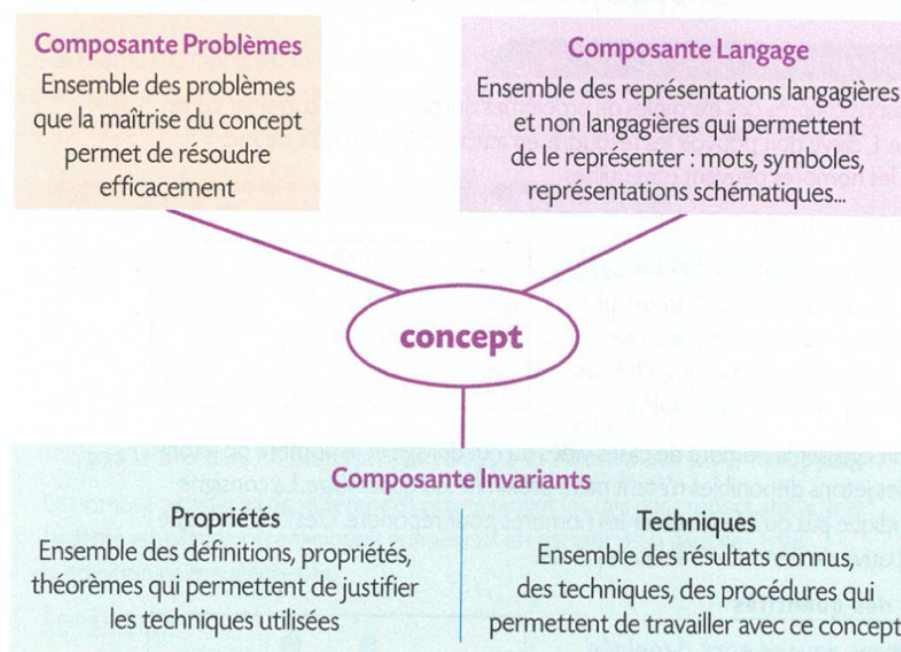


Figure 1 : Schéma sur le concept nombre. Charnay, 2003, p. 11.

Description du schéma de la résolution de calcul :

Cinq catégories que j'appellerai A, B, C, D et E semblent essentielles pour situer cette problématique de résolution de calcul. Elles interviennent toutes à leur manière dans la résolution de calcul. Elles dépendent des unes et des autres, je le prouve par la suite avec des exemples concrets de ma pratique. Ceci explique les doubles flèches placées entre chaque catégorie. La cinquième catégorie appelée « E » est différente. Elle représente le concept du nombre. Elle serait la clé de la réussite d'un calcul ! Elle est placée au centre du schéma parce qu'elle est la clé qui ouvre toutes les portes liées aux nombres. En effet, pour que l'élève puisse mobiliser des connaissances opératoires, il doit disposer du concept de nombre sinon ce n'est que reproduire des procédures apprises par cœur sans même comprendre.

Mon hypothèse de départ : si l'élève comprend la notion du concept nombre alors il aurait plus de facilité pour travailler dans n'importe quelle catégorie. Ce schéma permettrait également de clarifier où se situe l'élève dans son acquisition du concept nombre.

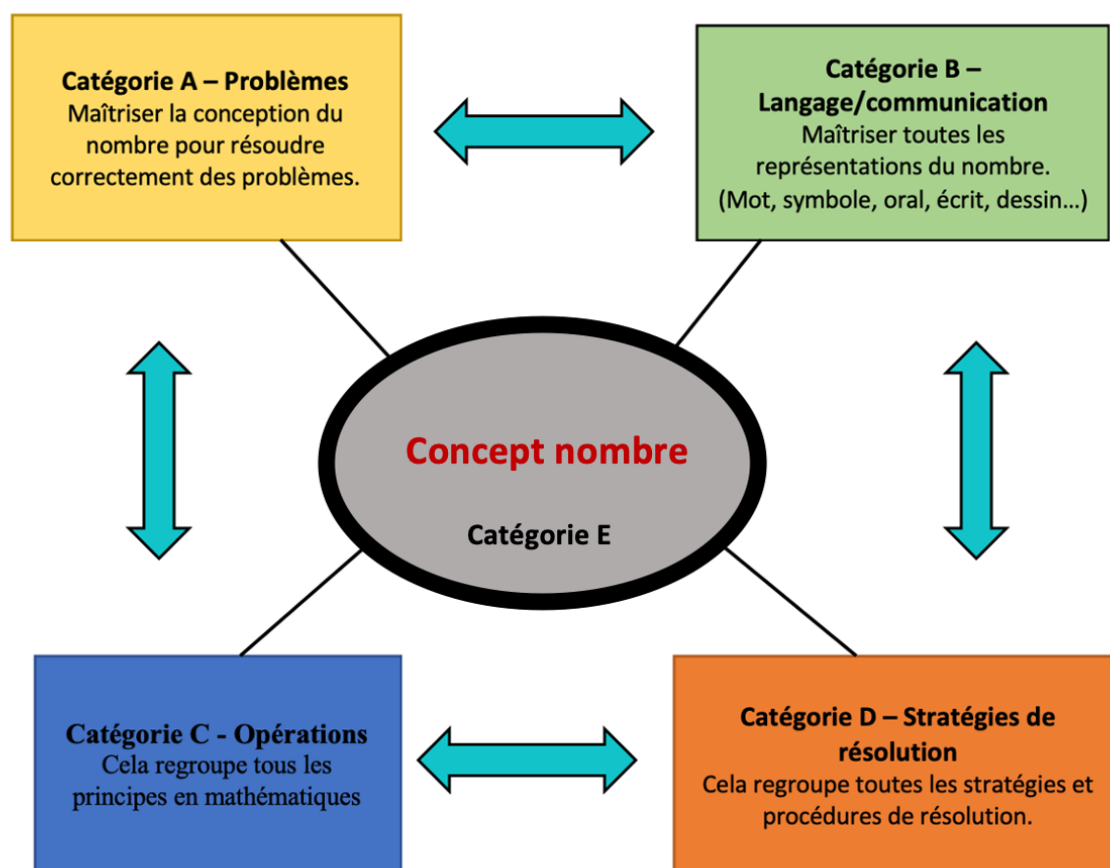


Figure 2 : Schéma de la résolution de calcul première version.

Identifier la ou les catégories touchées par les difficultés rencontrées par les élèves constitue l'un des enjeux de cette recherche :

« Évaluer quelle connaissance un élève a des nombres est une tâche complexe. Elle se trouve clarifiée si on se réfère à trois repères essentiels liés à la caractérisation du concept. » (CHARNAY, 2013)

Charnay appuie donc le fait qu'il est compliqué d'évaluer si ces élèves ont acquis le concept nombre. Néanmoins, nous pouvons nous référer à des points de repères qui sont simplifiés dans ce schéma (Charnay, 2013, p.14). Je pensais que la résolution de calcul se situait uniquement dans la catégorie C et après analyse de ce schéma plus en détails, je me rends compte de ce qui suit : **le schéma représente tous les éléments jouant un rôle lorsque l'on résout un calcul**. Toutes les catégories dépendent les unes des autres : par exemple, si un élève ne comprend pas la consigne ou ne sait pas quelles connaissances mathématiques sont pertinentes pour une tâche donnée (difficulté de type A), il n'effectuera pas les opérations et procédures attendues. Je m'interroge si l'élève a besoin d'acquiescer toutes ces catégories pour se représenter le nombre ou si une seule suffirait ou si quelques éléments de chaque catégorie suffiraient.

Dans cet exemple, j'ai souligné et ajouté les catégories en utilisant leur couleur respective. Il est parfois difficile de coder en couleur puisqu'il peut y avoir plusieurs catégories sur un même élément. J'ai décidé de trancher pour réaliser l'exemple de manière claire.

Résous les additions suivantes.

$4 + 3 =$

$2 + 1 =$

$5 + 2 =$

$6 + 3 =$

Écris le détail de tes calculs parmi les quatre.

Entoure le plus petit nombre.

Catégorie A : cette catégorie entre en jeu à chaque phrase de la consigne, mais plus particulièrement lorsqu'il est demandé à l'élève d'entourer le plus petit nombre. Cette consigne ne peut être effectuée correctement si les résultats des calculs ne sont pas corrects. Se poser le problème évoqué par « entoure le plus petit nombre » demanderait donc d'effectuer des opérations d'additions. Cette catégorie ne peut donc pas être évaluée seule. Chaque « catégorie » n'est pas forcément une « compétence ». Je souligne le fait qu'elles dépendent les unes des autres.

Catégorie B : La compréhension de la consigne et la compréhension des symboles en mathématiques sont essentielles à la résolution de ces calculs. Si l'élève ne comprend pas la consigne et ne sait pas que le symbole « + » signifie « ajouter », il ne pourra pas obtenir des résultats corrects. De plus, s'il ne comprend pas la troisième phrase de la consigne qui consiste à entourer le plus petit nombre entre tous les résultats obtenus, cet élève ne sait pas ce que signifie « entourer », il ne le fera pas. S'il ne sait pas ce que signifie « plus petit que », il ne le trouvera pas. Cette catégorie a donc elle aussi toute son importance dans la résolution de calcul et engendre des conséquences sur l'évaluation des autres catégories.

Catégorie C : Cette catégorie regroupe les opérations et principes mathématiques et concerne ici les opérations d'additions. Si l'élève est capable d'opérations d'additions, il pourra aisément résoudre les calculs

Catégorie D : Les procédures de résolution de calcul sont personnelles et appartiennent à l'élève. Il est clair que leur fournir des procédures concernant les additions est utile à ces résolutions de calcul. Par contre, les procédures de résolution se forment petit à petit et en fonction des expériences, du vécu et des capacités de l'élève. Attention, apprendre aux élèves une stratégie de résolution est très compliquée. Soit cela peut engendrer encore plus de difficultés pour l'élève qui tente de comprendre la stratégie de résolution de calcul de son enseignante. Soit l'élève utilise correctement la procédure apprise et cela l'aide à résoudre des calculs. S'il s'approprie une stratégie de résolution de calcul correcte, la pratique de l'élève contribue à sa conception du nombre.

Catégorie E : si l'élève dispose du concept du nombre, la tâche est plus facile. S'il comprend la consigne, il résout l'opération d'addition, entoure le plus petit résultat, utilise éventuellement des procédures de résolution ou effectue l'ensemble mentalement : l'élève semble alors avoir une bonne conception du nombre, où les additions évoquent la cardinalité du nombre, alors que l'identification du plus petit nombre (en résultat) en évoque l'ordinalité.

Par conséquent, la résolution de calcul prise pour exemple exige de l'élève une maîtrise de toutes ces catégories, à l'exception peut-être du concept de nombre (catégorie E), dont l'acquisition est la finalité de l'exercice. À la suite de ce constat, je vais tenter de développer chacune de ces catégories en créant un lien avec la résolution de calcul en m'appuyant sur des théories. D'ailleurs, pour prouver théoriquement une fois de plus que ces catégories sont dépendantes les unes des autres. Je cite le passage suivant :

« La résolution d'un problème présente des difficultés qui ne sont pas d'ordre strictement arithmétique. Il s'agit en effet de lire, comprendre, interpréter un texte pour en tirer des données numériques et procédures de calcul. Ici, l'élève peut se trouver gêné voire empêché par la mauvaise compréhension de sa langue maternelle ou par sa capacité insuffisante de lecture, de mémorisation provisoire et d'analyse du texte lu. » (Van Hout, 2005, p.50)

Il est clairement dit que l'élève ne peut résoudre correctement un problème s'il ne comprend pas le problème. La catégorie du langage entre en compte, autrement dit, elle détient une place importante dans la résolution de problèmes mathématiques, autant de place que toutes les autres catégories qui ont, elles aussi, leur importance dans cette résolution. Cela montre bien que cette résolution de calcul demande des apprentissages dans plusieurs catégories, celles susmentionnées, afin d'y répondre correctement. Il s'agit notamment pour l'élève d'utiliser les instruments mathématiques qui y correspondent.

B. Description et enjeux du schéma de la résolution de calcul

Tout au long du développement théorique des concepts, je me baserai sur ce schéma simplifié qui représente l'ensemble d'une résolution de calcul. Ce sera la base sur laquelle je vais m'appuyer pendant de cette recherche. Je précise que je me concentrerai sur les opérations d'addition.

Tout d'abord, la catégorie A représente la compétence à mobiliser les connaissances de mathématiques en situation. Comment l'élève va se poser le problème. Ainsi, la conception du nombre est essentielle pour résoudre correctement un problème. Toutefois, cette conception ne s'acquiert pas aussi facilement.

Ensuite, la catégorie B me semble être la première étape qui entre en jeu lors de notre enseignement des mathématiques avec nos élèves. En effet, nous communiquons avec eux pour leur transmettre des connaissances. Le premier contact se fait de manière orale ou visuelle et entre dans cette catégorie dans la communication. L'extrait ci-dessous illustre clairement ce qui se joue dans cette catégorie :

« De la même manière, la représentation d'une quantité présuppose le choix d'une unité ; lorsqu'on montre 6 doigts à propos d'une collection de chaussures, la communication n'est réussie que si le choix de l'unité est clair : désigne-t-on 6 chaussures ou bien 6 paires ? » (Brissiaud, 2003, p. 251)

L'importance d'une prise de conscience que les mathématiques constituent un langage est soulignée dans le passage ci-dessus. Il est clair que si l'élève ne comprend pas que les mêmes chiffres – le « 6 » dans l'exemple – peuvent prendre des sens différents selon l'usage du langage mathématique, il lui sera compliqué d'exécuter la tâche correctement. Il faut être aussi attentif au fait que la communication n'est pas seulement une phrase dite oralement ou par écrit : elle utilise aussi un canal visuel. Il suffit que l'on effectue une grimace ou que l'on hoche la tête ou même rien de particulier pour que l'élève interprète cela de manière négative et par conséquent le transpose dans son exercice. Ces « malentendus » de communication posent énormément de soucis et parfois, nous passons à côté ! Il m'est déjà arrivé qu'un élève ne réussisse pas un exercice simplement parce qu'il n'avait pas compris la consigne. La difficulté de cet élève n'est peut-être pas liée à l'opération d'addition (C) mais plutôt à la compréhension des consignes en mathématique (A et B), voire au fait de ne pas utiliser les mathématiques comme un langage dans lequel traduire le problème, la consigne étant transmise en langue vernaculaire. Être informé de ça nous pousse à modifier notre façon d'enseigner et donc à trouver de nouveaux canaux de communication pour transmettre une consigne et s'assurer qu'elle soit comprise par le destinataire. Il est donc essentiel de pointer du doigt l'importance de la « traduction » des consignes que l'élève effectue, et, par conséquent, l'importance de comprendre les termes en mathématique afin de résoudre au mieux un calcul.

La catégorie C regroupe les connaissances des principes en mathématiques (associativité, commutativité, permutabilité, etc.), les opérations elles-mêmes (addition, soustraction, multiplication, etc) et leur mise en œuvre dans des procédures de résolution. La plupart des élèves ne semblent pas avoir acquis ces opérations en mathématiques. Ils jonglent difficilement avec les nombres et la base 10 n'est clairement pas maîtrisée. Certains élèves ayant déjà connaissance des nombres des milliers, ne maîtrisent pas la base 10 ou encore la quantité que cela représente de manière concrète. Cela m'interpelle beaucoup et est à l'origine même de cette recherche.

La base 10 pose constamment souci lorsqu'un élève calcule, alors que pour compter, où remettre les nombres dans l'ordre, c'est souvent correctement exécuté. Pour effectuer les exercices de positionnement des nombres (unité, dizaine, centaine...), cela se passe bien la plupart du temps. Pour les élèves qui apprennent à compter, l'apprentissage de la « comptine » se déroule souvent bien et est habituellement assimilée assez rapidement. Selon Brisiaud (2003), Piaget nomme cela le « perroquetisme » : l'élève ne compte pas, il récite. C'est un fait important à souligner car l'enseignant a intérêt à être attentif à cette différence de compétence : l'élève utilise les opérations lorsqu'il compte, énumère, calcule, etc. ; par contre, quand il récite, il applique seulement une procédure. En pointant le positif, il faut reconnaître que quand l'élève récite, il associe le mot au nombre et ainsi mémorise l'existence de ceux-ci. Toutefois, un élément négatif à ne pas sous-estimer est qu'il ne détient aucune conceptualisation du nombre et ne parvient donc pas à opérationnaliser correctement. L'enseignant peut penser qu'une fois que l'élève récite correctement, il est alors capable de passer au calcul. Mais bien souvent cet élève ne semble avoir acquis aucun concept pour pouvoir calculer de manière efficace, autonome et surtout raisonnée ! J'entends par là que l'élève semble incapable de trouver ses propres procédures de calcul, il ne ferait qu'apprendre une procédure, alors que les exercices en mathématiques exigent de lui une

certaine flexibilité et adaptation – à travers des procédures personnelles – aux tâches diverses qui lui sont présentées. Gelman (1986) souligne l'importance de la coordination des connaissances en mathématiques, que j'ai représentées dans mon modèle comme une constellation autour du concept de nombre :

« Les élèves plus âgés font moins d'erreurs, non pas parce qu'ils comprendraient mieux comment fonctionne le comptage, ni parce que leur compréhension du comptage, d'abord limitée aux petites collections, s'étendrait dans un deuxième temps à de plus grandes collections, mais parce qu'avec l'exercice, ils arriveraient de mieux en mieux à utiliser de façon coordonnée leurs différentes connaissances relatives au comptage, connaissances qu'ils posséderaient de façon innée et indépendante de la taille de la collection. » (Gelman, 1986, cité par Brissiaud 2003, p.12)

En lisant cet extrait de Gelman, j'ai l'impression de devoir à nouveau observer les élèves. À force de grandir et de s'exercer, ils finissent par mémoriser les nombres, les calculs, les procédures, etc. En revanche, les connaissances liées à la quantité, incluse dans le concept du nombre, où sont-elles ? Je me demande alors si, finalement, leurs difficultés ne viendraient pas des premières acquisitions du nombre. Peut-être qu'ils ne se rendent pas compte qu'un nombre a une valeur quantitative. À force de s'entraîner à compter, à effectuer des exercices de numération en utilisant les mêmes procédures de résolution d'exercice à chaque fois, ils répondent correctement. Ils sont entraînés à effectuer des procédures mais ne comprennent peut-être pas la valeur du nombre du point de vue quantitatif : la cardinalité du concept du nombre.

Puis, la catégorie D intervient également dans ce sens. Les propos de Brissiaud (2003, p.26) expriment cela clairement en utilisant aussi le terme de conceptualisation du nombre.

« Pourquoi insister autant sur l'importance des stratégies de décomposition-recomposition ? Nous allons voir qu'un élève ne peut pas accéder au niveau de conceptualisation des nombres qui est celui requis par l'école sans s'approprier ces stratégies : les mots-nombres et leurs écritures chiffrées, en effet, symbolisent des équivalences entre des procédures de comptage et des procédures de décomposition-recomposition ; l'élève qui ne s'est approprié que les procédures de comptage n'a parcouru qu'un petit bout du chemin vers le nombre, et lorsque le pédagogue continue de mettre l'accent sur cette sorte de procédure, il ne l'aide guère à progresser. » (Brissiaud, 2003, p. 26)

Cet extrait souligne de nouveau l'importance de prendre conscience qu'un élève qui sait compter n'a pas forcément toutes les cartes en main pour résoudre un calcul ! Il compte mais est-ce qu'il conceptualise le nombre ? Je me répète, mais c'est essentiel et plusieurs auteurs semblent d'accord sur ce fait, à savoir que **compter prend deux sens différents : celui d'une procédure et celui d'une opération**. Cette dernière exige la maîtrise du concept nombre dans sa cardinalité et son ordinalité.

Ces constats reflètent exactement les difficultés constantes des élèves citées plus haut lorsqu'ils sont face à un calcul à résoudre. Ceux-ci ont des difficultés à trouver des procédures de résolution de calcul en utilisant le principe de décomposition-recomposition. Comme l'appuie Brissiaud (2007), une fois qu'un nombre est conceptualisé, on en connaît toutes les décompositions. De cette manière, l'élève mobilise ses connaissances opératoires et n'applique pas simplement une procédure apprise par cœur qu'il ne comprend pas.

Prenons un exemple, si l'on connaît la conceptualisation du nombre 8, on sait que 8 peut se décomposer de diverses façons comme 6 et 2, 4 et 4 ou encore 5 et 3... Ainsi, imaginons le calcul suivant pour démontrer ce principe de décomposition : $8+4$. Si on sait décomposer le 4, on peut alors automatiquement résoudre le calcul de manière réfléchie en décomposant le 4 et ainsi se référer au repère de base 10. Ainsi ce calcul se fera de manière mentale et dans notre tête il se passera normalement l'opération suivante : $8+2 = 10$ et $10 + 2 = 12$. Le résultat final sera donc 12. Mais, surtout, cela indique que ce qui apparaît comme un manque de maîtrise de la base 10 pourrait s'expliquer par la pratique de ces élèves d'une procédure là où ils devraient effectuer une opération. Cela pourrait être aussi dû à une autre cause. Il serait peut-être intéressant de visualiser si l'élève effectue cette procédure de décomposition-recomposition ou si au contraire, il n'arrive pas à décomposer le nombre (8, si on reprend l'exemple) et pallie à cette décomposition-recomposition en utilisant d'autres procédures.

Cette opération se réalise assez rapidement lorsqu'on connaît la conceptualisation des nombres et par conséquent les décompositions qui s'y réfèrent. Les élèves qui sont souvent en difficulté lorsqu'ils calculent, se reposent plutôt sur des procédures de comptage et rencontrent parfois une difficulté à passer à la dizaine supérieure, comme c'est ici le cas pour $8+4$. L'utilisation par les élèves de leurs doigts prouve-t-elle qu'ils ne connaissent pas la conceptualisation des nombres ? Comment aider les élèves en difficultés en mathématiques à conceptualiser les nombres ? Comment enseigner la décomposition de ceux-ci ?

La question de savoir comment l'élève *apprend* le concept du nombre est particulièrement complexe, et ne fait pas (encore) l'objet d'une explication dans la littérature. La théorie de Vergnaud (1991) et les auteurs cités plus haut montre néanmoins que cet apprentissage est une coordination entre diverses formes de connaissances. Dans mon modèle, cela est représenté par les cinq catégories autour du concept, dont la coordination permettrait aux élèves d'acquérir le concept de nombre. Elles sont dépendantes les unes des autres, c'est-à-dire que l'élève a besoin de chacune d'elles pour résoudre correctement un calcul. Néanmoins, il est tout à fait possible qu'un élève ne soit pas à l'aise avec l'une des catégories, et pourtant, il est tout à fait possible que celui-ci réussisse à fournir la réponse attendue. Comment expliquer cela ? Il pourrait avoir mis en place une stratégie pour pallier à certaines lacunes. Observer ce genre de fait est très intéressant, parce que sa stratégie peut nous en apprendre beaucoup sur les capacités réelles de l'élève et sur ses besoins pour progresser.

Il me semble alors que partir des erreurs des élèves est une bonne ressource pour comprendre leurs difficultés et surtout les cibler. Je leur demande souvent : « comment en es-tu arrivé à ce résultat ? ». Comprendre et surtout connaître leur schéma de résolution de calcul serait une bonne piste pour les remettre sur le bon chemin. Je poserai donc l'hypothèse sui-

vante, à l'issue de cette problématisation : **si on comprend dans quelle catégorie l'élève est perdu, on sait comment travailler avec cet élève pour le faire progresser.**

C. Définition des activités

Les concepts et définitions qui gravitent autour du calcul sont très nombreux et diversifiés. Je me suis alors à nouveau basée sur le schéma de la résolution de calcul. En l'analysant, il en ressort que les difficultés majeures chez les élèves se font souvent ressentir sur des activités spécifiques, qui rendent ainsi possible l'observation des difficultés des élèves. J'ai donc choisi de me focaliser sur les diverses activités qui permettent d'observer les catégories du schéma. Par conséquent, dans ce point, je développe les concepts suivants : **le comptage (plus précisément le comptage avec les doigts), le dénombrement, la sériation, les procédures et habitudes, l'action pédagogique, la gestion de l'espace, le langage et les stades de développement selon Piaget** en terminant par une synthèse de tous ces points.

Pour cela, je me base sur mes expériences du terrain et sur mon cadre de pensée se collant aux propos et théories amenées par Brissiaud et Piaget, deux auteurs qui ont apporté énormément de réponses à mes questionnements et réflexions tout au long de cette recherche.

Le comptage

Le comptage se définit souvent comme « déterminer une quantité ». Il pourrait aussi se définir comme « l'activité de compter les nombres entiers naturels d'un en un à partir d'un chiffre donné ». Ce type d'enseignement du nombre est souvent engagé avant l'entrée à l'école. Le comptage, avec ou sans comptines, est souvent dans le quotidien familial. Que ce soit les jeux achetés qui « chantent » des comptines ou encore les parents qui s'y mettent, l'élève le découvre assez rapidement.

Les élèves apprennent assez rapidement les mots « un, deux, trois ». Ils les entendent dès leur plus jeune âge. Par contre, ils ne les associent pas forcément à une quantité. Il faut se poser la question dans quelle activité est favorisée l'association mot-nombre à sa quantité ? Est-ce lors d'un comptage oral ? Ou plutôt lorsque je pointe du doigts et dis : « Regarde, il y a trois moutons ». L'élève aura trouvé la signification quantitative du mot « trois », alors que si je compte simplement oralement, en chantant, il me semble clair que l'élève ne comprendra pas le réel sens du mot « trois ». Il faut donc ici être attentif aux activités dans lesquelles nous enseignons le comptage. Certes, les comptines peuvent aider à une première mise en rapport avec le mot-nombre, mais il ne faut surtout pas s'arrêter à cela.

Un lien flagrant entre le comptage et la résolution de calcul est **l'utilisation des doigts pour calculer les additions**. Selon mes observations dans les activités d'enseignement, le comptage sur les doigts pour résoudre un calcul est complexe. Brissiaud et d'autres auteurs, que je cite plus bas, appuient ce fait. Je vais tenter d'éclaircir cela sous forme de tableau de synthèse, et ce, en me basant sur un public d'élèves en difficulté.

Tableau 1 : Avantages et inconvénients de l'utilisation des doigts

Utilisation des doigts lors de la résolution de calcul	
Avantages	Inconvénients
<ul style="list-style-type: none"> - C'est un outil toujours à disposition ; - C'est un outil dont son organisation est idéale pour compter. (Cinq et cinq pour une base 10) ; - Beaucoup l'utilise comme première étape pour apprendre à calculer et passe ensuite à un calcul mental ou raisonné. - « La représentation sur les doigts permet un codage « pluri-sensoriel » de la quantité, que la simple vue ne permet pas. » (Brissiaud, p.127, 2003) - Mise en relation plus direct des quantités. (voir extrait de Brissiaud p.160). 	<ul style="list-style-type: none"> - Des difficultés dans la manipulation et de coordination de leurs propres doigts apparaissent pendant le comptage ; - La concentration des élèves est partagée entre deux tâches, alors que les élèves ont déjà de la peine à se concentrer sur une seule tâche ; - Les élèves se trompent souvent dans leurs procédures de comptage avec les doigts.

D'après certains auteurs dont Brissiaud, l'utilisation des doigts pour compter n'a pas que des avantages. S'ils souhaitent utiliser leurs doigts, pourquoi pas, puisque de nombreux élèves y arrivent. Toutefois, il faut être attentif à *comment* ils les utilisent ! Aider les élèves à les guider dans leurs procédures de comptage par les doigts, pourquoi pas. Mais il ne faut pas leur dire que cette procédure n'est pas bonne et leur montrer la nôtre. Il faudrait plutôt leur montrer ce qui va et ne va pas. Leur faire aussi comprendre pourquoi leurs procédures de comptage des doigts donnent parfois un bon résultat et parfois pas. L'auteur conclut : « ... la capacité à « sentir » les quantités sur les doigts est trop importante pour que le pédagogue puisse se permettre de ne pas regarder où en sont les élèves dans ce domaine. » (Brissiaud, p.127, 2003)

Cet extrait de Brissiaud (2003, p.117) est révélateur. Lorsqu'il dit *sentir* les quantités, j'en comprends mieux l'utilisation des doigts. En effet, si on en fait l'expérience, nous nous rendons compte que *voir une quantité* ne nous permet pas forcément de la ressentir. Alors que la représenter en s'aidant de ses doigts, qui ne sont pas des objets ordinaires puisqu'ils sont une partie de notre corps, sous notre propre contrôle (voir le rôle des proprioceptions, et des boucles rétro-actives dans la théorie piagétienne). Ainsi, si nous souhaitons représenter le nombre 6, nous pouvons fermer les yeux et montrer 6 doigts. Nous sommes certains que nous montrons 6 doigts et pourtant nous ne les voyons pas ces 6 doigts. Ainsi, *sentir* les quantités reviendrait à les intérioriser, pour les élèves, et donc à les conceptualiser. Serait-ce un premier pas vers une conceptualisation du nombre ?

Brissiaud (2003) fournit une réponse à cette question :

« Les configurations de doigts constituent des collections-témoins privilégiées parce qu'une configuration de doigts correspondant à une quantité donnée peut être construite ou « lue » de manière simultanée, sans passer par un comptage un à un. De ce fait les configurations de doigts permettent une mise en relation plus directe des quantités que lorsqu'on compte des objets quelconques. Quand un enfant sait associer directement, sans compter, plusieurs configurations de doigts à un mot-nombre donné, cela ne lui permet pas seulement d'avoir une meilleure conception des quantités : ce savoir-faire est également essentiel pour permettre à l'enfant de progresser vers le calcul. » (Brissiaud, 2003, p.160.)

Nous en revenons, là, à l'élément principal de cet écrit : la conception du nombre ! Si l'élève a acquis la conception de chaque nombre, aurait-il alors acquis, sans aucun doute, une procédure de comptage avec les doigts. Je pense clairement que tout élève est différent et que parfois leurs difficultés « physiques » l'empêchent d'utiliser leurs doigts correctement. C'est à nous, enseignant, de les guider sur une voie qui leur correspond.

Mais faut-il interdire l'utilisation des doigts ? Le bref examen de cette question dans la littérature et mes observations indique qu'une décision générale pour tous, n'est pas propice aux apprentissages des élèves vu la diversité des pratiques du comptage avec les doigts, de son efficacité et des difficultés qu'il provoque chez certains élèves. Ces pratiques d'interdiction peuvent provoquer un blocage chez certains élèves dans leur développement cognitif, parce que pour eux c'est un besoin. Et ce besoin leur permet de se développer. Celui-ci ne dépend ni de nous, ni d'autres intervenants, ni même d'eux, c'est comme un passage par lequel ils doivent passer pour pouvoir acquérir cette nouvelle notion. Des chercheurs l'ont déjà signalé :

« Il est incontestable que parmi les élèves rencontrant des difficultés en calcul une proportion importante présente un déficit du sens proprioceptif au niveau des mains, souvent liée à une maladresse quant à la dissociation des doigts. »
(Bacquet & Gueritte-Hess, 1996, p. 65)

Ces élèves en difficulté se servant de leurs doigts pour résoudre un calcul ne s'arment peut-être pas de l'outil adéquat. Je pense qu'en enseignement spécialisé, tout se joue au cas par cas. Pour un élève, l'utilisation des doigts est utile et tout à fait correcte. Cela l'aide clairement à avancer dans son acquisition du nombre, à un moment donné de son développement. Toutefois, pour certains élèves qui ont des difficultés avec la motricité fine, une maladresse des doigts ou autres problèmes, il faut trouver une procédure différente pour permettre les proprioceptions cruciales pour les élèves, leur permettant de *sentir* la numération. C'est à travailler, à faire comprendre, à entraîner, à penser mais à ne surtout pas interdire ! Comme le souligne Brissiaud ci-dessous, le comptage est un passage obligé de l'acquisition du nombre, mais qui devrait ensuite laisser place à des connaissances qui permettent d'en faire l'économie dans bien des situations :

« Pour se représenter ce qu'est un élève de 8 à 12 ans en grande difficulté avec les nombres, il suffit de se dire que cet élève est avec un mot-nombre et une écriture chiffrée comme nous sommes avec une lettre de l'alphabet : « treize » et « 13 » ne lui évoquent pas plus de décomposition que, pour nous, la lettre M. S'il veut avoir une idée de la taille d'une collection correspondant à un mot-nombre ou à une écriture chiffrée donnée, l'élève n'a pas d'autre possibilité que de compter un à un les éléments d'une collection. Les élèves en grande difficulté dans leurs apprentissages numériques sont des « enfants compteurs », au sens où ce sont des enfants enfermés dans le comptage ; ils sont dépendants du comptage 1 à 1 pour connaître la taille des collections. » (Brissiaud, 2007, p.56.)

C'est alors que je me questionne sur les élèves en enseignement spécialisé. Sont-ils des élèves compteurs ? Sont-ils bloqués dans le comptage ? Je pourrai observer ce fait sur le terrain en me basant sur mon schéma de résolution de calcul : l'élève compte-t-il en utilisant le nombre comme un langage pour désigner un ordre, ou une quantité ou se réfère-t-il à une procédure ? Ou encore répète-t-il une comptine apprise par cœur sans aucun réel lien avec une quantité ou une collection d'objet à calculer ?

Le dénombrement

Le dénombrement d'une collection se définit comme « la détermination du nombre d'éléments d'une collection. Le dénombrement peut se faire par reconnaissance immédiate de la quantité si elle est très petite (subitizing), par comptage des éléments de un en un, de deux en deux... ou par calcul. » (Charnay, 2013).

Un second auteur donne une place importante au dénombrement dans l'apprentissage de la conception du nombre.

« On dit qu'un enfant sait dénombrer une collection quand le dernier mot-nombre qu'il prononce n'est pas un simple numéro, mais représente à lui seul la quantité de tous les objets. Le comptage de l'adulte est bien un dénombrement : quand un adulte a compté [un], [deux], [trois], [quatre], il sait qu'il y a quatre objets. Dans « dénombrement », il y a « nombre », ce qui rappelle que cette procédure aboutit à une représentation numérique de la quantité. » (Brissiaud, 2003, p.107.)

L'apprentissage du dénombrement serait un premier pas vers la vision de quantité. On ne compterait plus simplement pour compter dans l'ordre en énumérant les « mots-nombre » mais pour trouver « combien ? » Souvent lors des exercices de dénombrement, on pose cette question : combien de chats sont-ils représentés ? L'élève prend alors le temps d'utiliser le comptage pour trouver la solution, mais de manières diverses.

« La plupart des élèves (en difficulté durable en arithmétique élémentaire) présentent des retards dans leurs compréhensions des concepts liés au dénombrement. Le développement faible de leurs connaissances du dénombrement contribue à l'immaturité des procédures de comptages utilisées pour résoudre des problèmes d'addition et à la production fréquente d'erreurs dans l'exécution de ces procédures. » (de Geary, 2005, cité par Brissiaud, 2007, p.55)

Il faudrait être attentif à ce passage entre le comptage et le dénombrement : comment l'élève passe du comptage au dénombrement ? Quelle est cette étape un peu floue ? Il me semble, au vu de ce qui précède, que comprendre cette étape pour mieux cibler la difficulté première de l'élève est peut-être le seul moyen de débloquer son acquisition du nombre.

Les points et questions suivants pourraient m'indiquer où l'élève se trouve dans cette étape à franchir entre le comptage et le dénombrement :

1. La procédure de décomposition-recomposition serait une étape à franchir pour passer au dénombrement. Cette procédure permettrait de décomposer et recomposer le nombre. Cela aiderait l'élève à dénombrer une collection d'objet. Connaître où se situe l'élève dans sa procédure de décomposition-recomposition pourrait nous aider à le situer dans cette zone floue.
2. Brissiaud (2003) appuie que la transition entre le comptage-numérotage et le dénombrement est difficile. Il met l'accent sur le fait que le langage aurait aussi un rôle à jouer dans cette étape. L'élève doit faire la différence entre les deux significations langagières du dernier mot-nombre prononcé. L'élève doit alors comprendre ces deux significations :
 - La première signification : le dernier mot-nombre est un numéro au même statut que tous les autres.
 - La seconde signification : le dernier mot-nombre désigne la quantité de tous les objets.

« Pour mesurer la difficulté de ce changement de signification, il faut remarquer la très grande spécificité de cette pratique langagière : si on dénombre des objets de façon qualitative en prononçant, comme dans un comptage, des mots tous différents : « gomme, trousse, stylo, cahier », le dernier mot prononcé, « cahier », se réfère à l'objet ainsi dénommé et en aucun cas à l'ensemble des objets. Seul l'usage des mots-nombres conduit à ce manie-
ment des mots. Il s'agit d'un obstacle langagier très important, qu'il ne faut pas sous-estimer. » (Brissiaud, 2003, p.108)

Il faudrait alors se demander si les élèves connaissent ces deux significations. Je trouverais essentiel de savoir où en sont les élèves dans ces deux points que je situe dans la zone floue de transition entre comptage et dénombrement afin de pouvoir leur permettre d'apprendre la suite du programme en mathématiques (opérations, calculs, etc.) en s'appuyant sur des bases solides.

Mais comment enseigner un comptage qui ne leur porterait pas préjudice plus tard ? Ne faut-il pas quand même passer par cette case de comptage *de un en un*, puis continuer par enseigner le dénombrement ? Je pense qu'en enseignement spécialisé, il est important de respecter le rythme des élèves. Et donc, s'ils ont besoin de plus de temps dans cette phase de comptage pour s'approprier la décomposition-recomposition et les significations langagières pour s'approcher de la conception du nombre, il faut leur laisser ce temps.

La Sériation

La sériation est une des structures logiques élémentaires du stade de développement des opérations concrètes. Il s'agit d'une relation d'ordre, c'est-à-dire mettre des quantités dans l'ordre. Cette étape est nécessaire pour l'acquisition de la chaîne numérique.

« Et le résultat obtenu a été qu'effectivement le nombre s'organise, étape après étape, en solidarité étroite avec l'élaboration graduelle des systèmes d'inclusions (hiérarchie des classes logiques) et de relations asymétriques (sériations qualitatives), la suite des nombres se constituant ainsi en tant que synthèse opératoire de la classification et de la sériation. » (Piaget, 1991, p.6)

Cette structure logique serait déjà présente lors du premier stade et se développerait petit à petit. Selon les travaux de Piaget, l'élève développerait la sériation de la manière suivante, je m'inspire de l'expérience des bâtonnets des travaux de Piaget pour formuler l'exemple suivant :

1. D'abord, il est capable de ranger dans l'ordre croissant des bâtonnets de tailles différentes. Il construit une configuration sériale perceptive, c'est-à-dire qu'à partir de quatre ou cinq bâtonnets, l'élève n'utilise pas l'ensemble des bâtonnets pour les ordonner. Il va isoler en formant des couples composés d'un grand bâtonnet et d'un petit.
2. Ensuite, il va mettre dans l'ordre plus de cinq bâtonnets mais l'ensemble de ceux-ci ne sera pas sur le même niveau.
3. Lorsque l'élève acquiert la sériation opératoire, il est capable de considérer que les éléments ne sont jamais isolés. Il arrive à un schème anticipateur puisque l'élève peut anticiper les actions. Ainsi, il va d'avance savoir que s'il prend le plus petit bâtonnet de ceux restants, il va pouvoir les mettre dans l'ordre. Il fait cela sans tâtonnement et sans intuition. Il acquiert le phénomène de réversibilité.

Pour appuyer ces exemples, voici un extrait :

« L'on peut par conséquent se demander ce qu'ajoute la sériation opératoire par rapport à la configuration perceptive.

A cela il faut répondre trois choses. La première est que la sériation opératoire implique la transitivité ($C > A$ si $B > A$ et $C > B$), tandis que les configurations sériales perceptives ne comportent que des « pré-inférences » fondées sur le schématisme de la figure. La seconde est que la configuration sériale affecte la perception dans la mesure seulement où les éléments sont rangés en une collection figurale, tandis que pour la pensée opératoire, la même configuration ne constitue pas la sériation comme telle mais n'en représente qu'une figuration symbolique (à la manière des cercles d'Euler symbolisant les emboitements entre classes). La troisième est, par conséquent, que le propre de la sériation opératoire tient aux manipulations et transformations (relatives à l'ordre) qui engendrent l'enchaînement des relations asymé-

triques transitives ($A < B < C < \dots$, où $a + a' = b$, etc. si $a = A < B$; $a' = B < C$ et $b = A < C$) et qui l'engendrent de manière réversible ($b - a' = a$; etc.), tandis que la perception des configurations sériales porte exclusivement sur les résultats de ces transformations, ou sur les transformations en tant que déplacements visibles des éléments, mais n'intègre pas les transformations et leurs résultats en un système unique de composition. » (Piaget, 1967, p. 19)

Les procédures ou habitudes

Je nomme *procédure* tout ce que l'élève utilise pour déterminer une quantité, pour calculer, pour donner une réponse aux tâches scolaires, et qui prend la forme d'une suite d'actions ou d'opérations. Ainsi, il en existe un grand nombre. Chaque élève détient ses propres procédures, ou celles qu'on lui a enseignées.

Quand l'enseignante fournit un calcul ou un problème à résoudre, les élèves peuvent mettre en œuvre une procédure enseignée pour y parvenir, ou effectuer immédiatement la tâche mentalement à l'aide d'opérations ou à partir de connaissances conceptuelles. Certaines procédures sont encore loin d'être acquises par les élèves. Or, observer leurs pensées est impossible. À cet égard, on fait souvent la distinction entre résoudre un calcul « mentalement » ou alors, justement, à l'aide d'une procédure écrite. Rodriguez (2009) fournit quelques précisions à ce sujet, et montre que le calcul par la pensée, « calcul réfléchi » ou « raisonné », comprendrait aussi le choix d'une procédure :

« L'expression de « calcul mental », signifie qu'entre l'énoncé du problème et l'énoncé du résultat, on renonce à utiliser toute opération posée (technique opératoire usuelle). Cela n'implique pas qu'aucun support écrit ne puisse intervenir dans la consigne, dans la formulation du résultat voire même dans le cours du calcul. Les expressions « calcul réfléchi » et « calcul raisonné », considérées comme équivalentes, sont clairement préférables à celle de « calcul rapide », autrefois en usage. Elles insistent sur l'importance donnée à la méthode (choix d'une stratégie, élaboration d'une procédure) plutôt qu'à la rapidité d'exécution, au moins en ce qui concerne les calculs complexes. » (Rodriguez, 2009, p.34)

Cet extrait nous montre bien que lorsqu'une tâche est complexe, elle demande des élèves le *choix* d'une procédure – ce qui suppose d'avoir déjà acquis des compétences bien solides, ainsi qu'une conceptualisation du nombre. Je me permets d'affirmer que les élèves sont loin d'avoir acquis cette conceptualisation du nombre. La question qui se pose alors est la suivante : l'appropriation de procédures – même sans les comprendre – leur permet-elle de s'acheminer vers cette conceptualisation ?

Je pense que le « calcul raisonné » est une étape encore supérieure à celle de décomposition-recomposition, comme le montre Brissiaud :

« Calculer, c'est mettre en relation les quantités à partir de leurs seules représentations numériques, sans utiliser de collections-témoins. L'étude de l'apprentissage du calcul est donc un aspect particulier de l'étude plus générale

de la transition de la collection-témoin au nombre. Étudier l'apprentissage du calcul, c'est étudier cette transition quand elle est envisagée du point de vue de la mise en relation des quantités. Calculer, c'est progresser dans l'appropriation du nombre. » (Brissiaud, 2003, p. 265)

Ici, le terme « calculer », contrairement au « calcul mental », n'exige pas de s'être déjà approprié le concept du nombre, mais tend seulement vers ce but. C'est intéressant de voir cela comme une aide pour s'approprier le concept du nombre. Apprendre à calculer avec des procédures (de comptage, ou écrite) aiderait l'élève à acquérir le concept qui, à terme, permet de calculer plus facilement et sans ces procédures ! De plus, utiliser leur manière de calculer peut me permettre de diagnostiquer les difficultés en mathématiques chez l'élève. **C'est exactement vers ça que j'aimerais tendre, analyser l'élève lorsqu'il calcule afin de cibler quels sont les éléments perturbateurs qui enclenchent des difficultés en mathématiques. Et par conséquent, les aider à progresser en palliant à ces difficultés.**

L'action pédagogique

J'ai adopté un rôle de chercheure pour mener une enquête, à partir de la littérature dans un premier temps, sur les difficultés des élèves à faire des calculs. Toutefois, ce n'est pas parce que j'étudie le cognitif que la difficulté est forcément cognitive. Il existe aussi des effets sociaux qui peuvent bloquer les élèves, comme le fait d'interdire de compter avec les doigts. Cet interdit pourrait les bloquer à progresser davantage. Cette dimension sociale ne doit pas être prise à la légère, dans un sens comme dans l'autre : « ... un élève qui ne compte pas s'adaptera que difficilement dans la société. » (Bacquet & Gueritte-Hess, 1996, p. 25).

La société véhicule des valeurs et des attentes bien précises de ces élèves qui sont conditionnés par des normes et des programmes bien précis. Les travaux du courant socio-cognitif ont montré, jusque dans les tâches de Piaget sur la conservation concrète de la quantité, combien les réponses des élèves changent selon l'interprétation des élèves des normes et attentes sociales (Perret-Clermont, 1979). Ils savent ce qu'on attend d'eux lorsqu'on leur donne une fiche de calculs, il faut juste la compléter sans erreur. Ils font parfois cela pour faire plaisir à l'enseignant. Ou au contraire, ils n'aiment pas tel professeur et, du coup, n'aiment pas les mathématiques. Mais finalement, est-ce que ces élèves sont conscients de manipuler des *nombres* ? Peuvent-ils associer cela à des faits concrets du quotidien ? Peut-être qu'ils vont réussir les calculs mais une fois que cela devra se corser et qu'ils devront faire appel à une théorie qui demande d'avoir conscientisé le nombre, ils auront des échecs qu'ils ne comprendront pas. Et c'est là que la spirale négative des difficultés scolaires commence !

Je souligne dans ce point qu'en tant qu'enseignant nous avons une action pédagogique sur les apprentissages des élèves. Il faut prendre conscience que chacun de nos actes ont des conséquences sur leurs apprentissages ou sur leur vie d'apprenant. Il faut donc être attentif à ces répercussions.

La gestion de l'espace

Je définis la gestion de l'espace comme suit : comment l'élève s'organise de manière physique et matérielle lorsqu'il doit résoudre un calcul/exercice.

Ce point peut être un frein lorsqu'un élève résout un calcul. C'est pourquoi, il est important de le citer et d'en observer ses forces et ses faiblesses. L'extrait qui suit appuie ces dires :

« Par le biais de descriptions ethnographiques, les auteurs argumentent que la forme de l'activité cognitive est fondamentalement liée au « monde de sens et de significations » dans lequel elle s'inscrit. Les solutions sont générées dans une relation non seulement dialectique et dynamique entre l'activité individuelle et les dimensions de la situation, mais également dans un rapport rationnel et pragmatique qui oriente et donne sens à la résolution. Le rôle structurant des ressources sociales et matérielles est mis en évidence, avec le constat que l'activité individuelle se constitue en étroite relation avec la situation, sa finalité et ses dimensions contextuelles. L'idée est celle d'une relation dialectique, en termes de constitution et structuration réciproques. » (Mottiez Lopez & Allal, 2017, p. 61).

Le langage - la communication

Le langage est également un point essentiel dont la notion est à éclaircir ici. Il est d'ailleurs une des catégories de mon schéma. C'est un concept énorme qui pourrait être un sujet de thèse à lui tout seul, d'autant plus dans le contexte dans lequel je l'utilise. Mais ce n'est pas mon élément de recherche principal. C'est pourquoi je me positionne de la manière suivante : il peut être perçu sous deux angles :

1. Le langage serait un code : code écrit ou code oral.

Ce code permettrait à celui qui le connaît de comprendre ce qu'il est écrit ou dit suivant le vocabulaire utilisé. En effet, un code doit être adapté en fonction des utilisateurs et du contexte. À ce code est assimilé un vocabulaire précis en lien avec le contexte. Cet extrait confirme cela :

« Il est alors évident qu'un problème qui requiert l'usage de la langue ou celui de la mathématique entre dans la catégorie des activités symboliques. Or, ce qui nous paraît déterminant, c'est que toute représentation de ce genre est bipo-laire, qu'elle a forme et structure d'une part, contenu de l'autre.

La forme ou la structure d'une opération de pensée est, ainsi que la définit le vocabulaire technique et critique de la philosophie de A. Lavande, « *La nature du rapport qui existe entre les termes en eux-mêmes.* » Quant au contenu, c'est « *certaines déterminations particulières qui donnent à cette forme une application concrète* » (ibid.). ». (Grize & Muller, 1974, p.7)

2. Le langage serait un outil de communication.

Grize et Muller (1974) citent Benveniste qui dit : « Le dialogue est la condition du langage humain ». En effet, l'humain dialogue pour communiquer des informations. Cependant, en enseignement spécialisé, ce dialogue peut ne pas avoir lieu – il y a monologue de l'enseignant ou de l'élève – ou conduire à des incompris. Souvent l'enseignant doit s'adapter à ses élèves, et il n'y arrive pas toujours. Souvent derrière certains mots, d'autres choses s'y cachent. Je nommerais ça comme un langage implicite qui est parfois difficile à déceler et à comprendre.

Voici un exemple en lien avec les mathématiques :

J'en reviens à la notion de quantité. Ces élèves auraient une source de notion de quantité lorsque celle-ci leur fait sens. *Exemple : s'il faut mettre la table pour quatre personnes, ils vont dresser la table avec quatre assiettes ... et si leurs deux cousins s'invitent après le match de foot, ils vont ajouter deux assiettes.* Ils auront donc effectué une addition sans même qu'ils ne s'en rendent compte. Parce que ça a du sens et surtout, c'est concret pour eux ! On sort du contexte scolaire. Ils seraient donc capables d'effectuer l'opération d'addition au niveau cognitif. Par contre, « $4+2$ » est peut-être pour eux comme une langue étrangère. Ils n'ont pas les codes pour y parvenir. Que représente le « + » ? Ils vont peut-être plutôt effectuer un comptage au lieu de l'opération, pourtant réussie lors de la mise de table, dans un autre contexte.

Comme l'appuie Piaget, l'élève est déjà capable de faire des opérations inconsciemment avant même de poser des mots sur les nombres. En se référant au schéma présenté plus haut, nous sommes ici dans des problèmes de la catégorie B : le langage. Elle détient une place importante dans la résolution de calcul. En effet, ne pas comprendre le langage mathématique conduit les élèves à de grandes difficultés. Si l'élève a une notion de quantité, il n'a pas systématiquement les notions de langage qui leur permettent d'aller plus loin dans l'apprentissage des opérations. Car, si l'opération cognitive d'une addition simple peut précéder l'acquisition de sa forme langagière (« $4+2$ »), l'inverse existe aussi pour des opérations plus complexes, dont l'opération cognitive ne peut s'apprendre qu'à partir d'expressions langagières. Les élèves sont riches et remplis de ressources ! Malgré leurs difficultés, ils tentent de pallier leurs lacunes avec des procédures de résolutions parfois trop complexes et parfois fausses. Cela leur demande encore plus d'efforts, de concentration, de réflexion qu'une procédure enseignée et comprise directement. Alors comment tirer parti de ça ? Peut-être en utilisant leurs erreurs ? Les comprendre pour mieux cibler ce qui pose souci. En prenant en compte leurs erreurs, il serait alors possible de trouver l'élément perturbateur ou manquant qui viendrait interférer avec la résolution de calcul. Et de cette manière, il serait alors possible de cibler quelle catégorie pose souci et de quelle façon leur enseigner cet élément manquant.

Stades de développement de Piaget

Il serait utile de situer les élèves dans les stades de développement de Piaget, cela pourrait nous aider à mieux les situer dans leur acquisition du nombre.

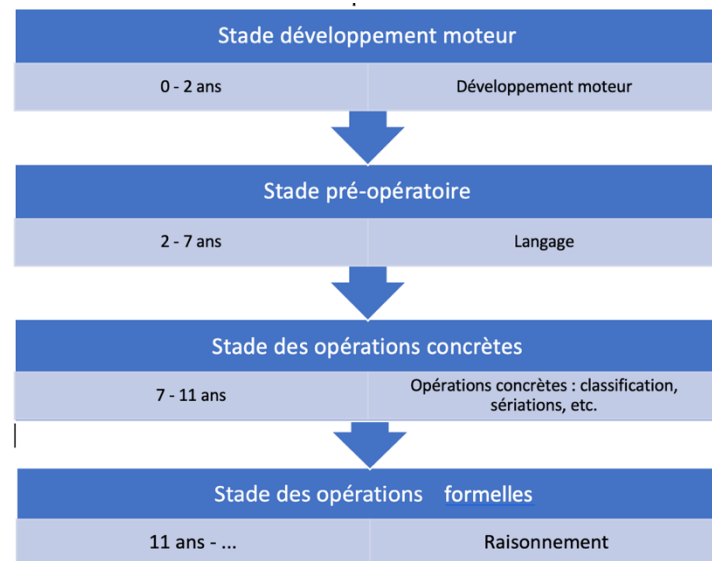


Figure 2 : Stades de développement selon Piaget.

1. Bref résumé de chaque stade du développement :

Stade développement moteur : Ce stade se situe entre 0 et 2 ans. Le développement de l'intelligence de l'enfant est basé sur son expérience sensorielle et motrice.

Stade pré-opératoire : Ce stade se situe entre 2 et 7 ans. C'est le développement du langage qui marque ce stade, petit à petit *l'enfant* communique avec les autres. Il va accéder peu à peu aux symboles. Grâce à *ces derniers*, il va se créer une image mentale. L'élève dépend toujours de ses perceptions sans aucune réflexion sur ce qu'il voit. Sa pensée intuitive se développe mais n'est pas encore réversible.

Stade des opérations concrètes : Ce stade se situe entre 7 et 11 ans. C'est le stade de l'appropriation des structures logiques comme la conservation, la classification et la sériation. L'élève effectue des opérations mais toujours liées au concret. L'élève commence à envisager d'autres points de vue que le sien, il se décentre. La réversibilité des actions s'acquiert petit-à-petit.

Stade des opérations formelles : L'élève s'approprie un raisonnement. Il est capable d'effectuer des opérations mentales comme la logique, la formulation d'hypothèses ... Il peut même contrôler ses hypothèses pour arriver à une conclusion. Il entre dans le monde de l'abstrait.

2. Ces stades peuvent être mis en relation avec mes observations :

- Les élèves qui utilisent des comptines (comme expliqué précédemment) pour s'approprier les « mots-nombres » se situent dans le langage au stade pré-opératoire.
- Dans l'exemple précédent des assiettes, il s'agit par exemple d'une opération concrète lorsque l'enfant doit s'y prendre à plusieurs fois pour obtenir le bon nombre de couverts, en recomptant les assiettes sur la table après en avoir amené une ou deux de plus, ou d'une opération formelle s'il effectue mentalement l'opération $4+2=6$.
- On peut également parler d'opération formelle si l'élève entre dans le « calcul raisonné ».

Synthèse

À la lumière de tous ces points, un élément est ressorti et semble intervenir dans chaque catégorie du schéma de résolution de calcul : **le comptage**. Il intervient dans chacune des activités que j'ai examinées. Il me semble pertinent d'en faire un point à observer. Le comptage aurait différentes formes et serait employé différemment suivant le niveau des élèves. J'ai choisi de synthétiser ce phénomène comme suit en mettant en lien les étapes de progression du comptage et les stades de développement de Piaget. Le comptage aurait cinq étapes de progression chez l'élève :

- **ETAPE 1 : langage**
L'élève utilise le comptage de manière orale en utilisant des comptines ou non pour se familiariser avec les nombres et apprendre à les connaître. Il découvre le système de numération.
- **ETAPE 2 : opérations concrètes – comptage en procédure**
L'élève utilise le comptage comme une procédure :
 - pour dénombrer des petites quantités, que ça soit le comptage oral ou en pointant du doigt. Il entre dans l'apprentissage du nombre cardinal.
 - pour calculer, que ça soit oralement, de tête ou avec les doigts.
- **ETAPE 3 : opérations concrètes – sériation – classification – comptage en opérations**
L'élève utilise la sériation et la classification des nombres. Il effectue des procédures de comptage que ça soit avec les doigts, par pointage ou autres... pour classer les nombres dans l'ordre ou pour dénombrer des plus grandes quantités.
- **ETAPE 4 : décomposition-recomposition**
Pour compter, que ça soit dans le but d'effectuer une opération d'addition ou dans celui de réaliser des sauts de deux en deux, de cinq en cinq, ... l'élève utilise la procédure de décomposition-recomposition pour y parvenir.
- **ETAPE 5 : opérations formelles – raisonnement**
L'élève s'approprie ses propres raisonnements. Le comptage est présent mais devient un automatisme, car il peut être remplacé par le *subitizing* de petites quantités et des procédures basées sur le concept du nombre et des opérations (p.ex. disposer les éléments en rectangle de 5 sur 3 permet de savoir qu'il y a 15 jetons sans les compter). L'élève touche à l'abstrait, ce serait l'aboutissement final : l'acquisition du concept du nombre en utilisant une tout autre procédure de résolution de calcul, comme le calcul raisonné.

Je tiens à justifier ici mon choix des étapes de progression de comptage : il existe quatre stades de développement selon Piaget, tandis que dans la classification des étapes de progression du comptage, j'ai fait le choix de diviser le stade des opérations concrètes en trois étapes pour appuyer les structures logiques qui entrent en compte dans ce stade. En effet, chacune d'elles semble poser des difficultés aux élèves. Même si les élèves ont acquis certains éléments du stade des opérations concrètes, ils sont loin d'avoir acquis toutes les structures logiques. C'est pourquoi, je trouve plus claire de séparer ces structures en fonction des besoins de ce travail en rapport avec le comptage. De cette manière, je peux mieux situer l'élève dans son cheminement vers le concept du nombre. Après ces nombreux faits théoriques, j'émetts l'hypothèse que les élèves stagnent essentiellement à ce stade. De plus, je n'ai pas utilisé le stade de développement moteur qui était peu voire inexistant dans cette recherche. Je me suis focalisée sur les autres stades.

Par conséquent, cette « activité » de comptage fait passer l'élève par plusieurs niveaux de développement. C'est pourquoi, je décide de modifier mon schéma de la résolution de calcul en y ajoutant quelques points importants au bon déroulement de cette recherche. Le concept nombre reste toujours bien au centre de celui-ci. J'y ai ajouté l'élément qui m'a été révélé lors de mes développements de concept : le comptage que j'ai ici associé au verbe calculer puisque c'est lorsque les élèves doivent calculer qu'ils utilisent le comptage. Ces deux termes sont liés. Lorsque je parlerai de calcul, je ferai également référence à une forme de comptage. Après tout ce que j'ai écrit autour du comptage, il m'a paru évident de le placer dans ce schéma. Mais pourquoi le placer au centre ? Je reprends les catégories dans l'ordre pour permettre de justifier cet ajout central.

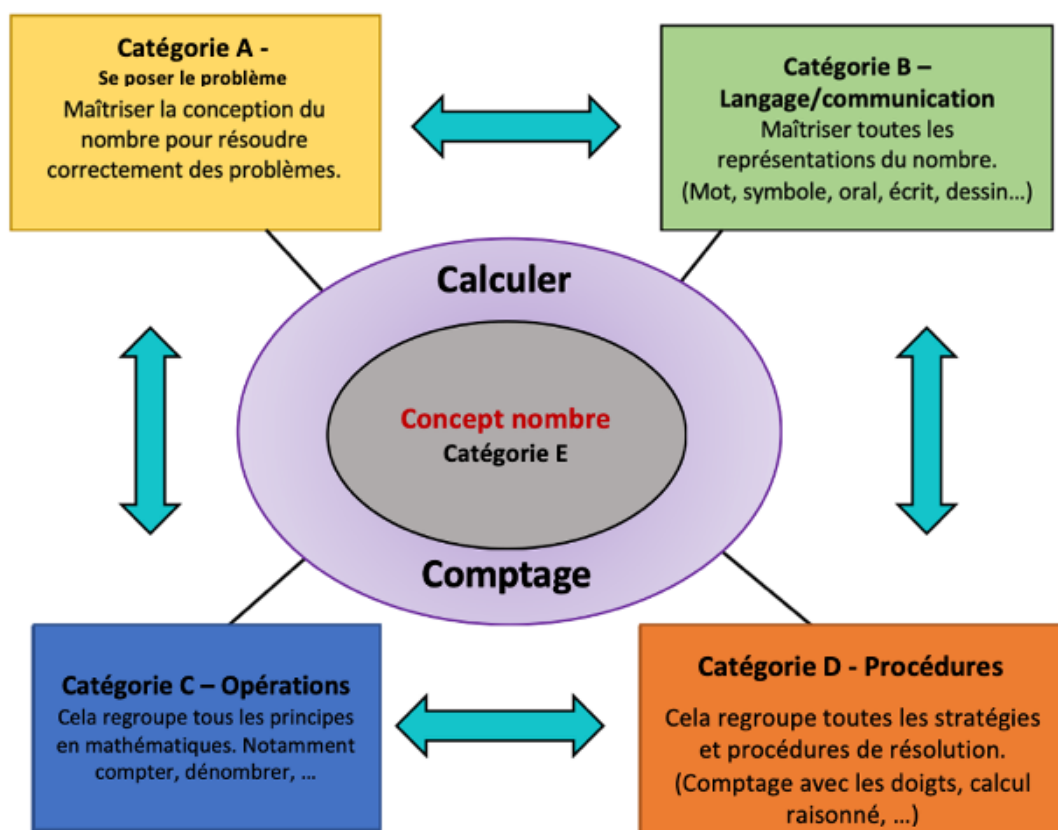


Figure 3 : Schéma de la résolution de calcul deuxième version.

Catégorie A : se poser le problème. Elle représente la capacité de l'élève à utiliser ses compétences dans les situations problématiques en mathématiques qui demandent une acquisition du concept nombre afin d'être correctement exécutées. Cette catégorie est un aboutissement final qui permet souvent à l'enseignant d'évaluer l'élève sur une grande partie de ses connaissances mais aussi sur sa manière de réfléchir. Lorsqu'il va résoudre son problème, il va utiliser ses procédures de résolution de problème, ses opérationnalisations, son dictionnaire langagier autour du nombre, en calculant de manière raisonnée. Donc ici, calculer entre en jeu. L'élève calcule lorsqu'il tente de résoudre des problèmes. Il va utiliser le comptage ou non pour résoudre ses calculs. Ceci donne un indice sur ses difficultés en mathématique, si cet élève en a.

Catégorie B regroupe tout ce qui concerne le langage et la communication. Cela peut être le langage écrit avec des lettres ou avec des chiffres. Cela englobe donc la manière de comprendre ce qui est écrit en chiffres ou en lettres et aussi la manière de s'exprimer en utilisant les chiffres et les lettres. Lorsque l'élève calcule, il utilise ce langage pour traduire en chiffres et exprimer un résultat. Par conséquent, calculer intervient aussi dans cette catégorie.

Catégorie C se compose de toutes les opérations en mathématiques. Un calcul exige toujours au moins une opération, idéalement. L'élève utilise les opérations sur la base d'invariants, qui sont les principes en mathématiques. Calculer concerne donc aussi cette catégorie et y détient une place plus importante. En outre, l'apprentissage d'opérations est souvent l'objectif des pratiques scolaires.

Catégorie D englobe toutes les procédures utilisées pour résoudre un calcul. Calculer comprend, par conséquent, une ou plusieurs procédures, composées d'étapes par lesquelles les élèves passent au cours de leur résolution, qu'elles soient conscientisées ou non.

Catégorie E est le concept de nombre en lui-même. Elle est placée au centre du schéma car elle est la clé qui coordonne toutes ces catégories. Une fois que l'élève a acquis le concept de nombre, alors il est capable de mettre en lien les connaissances acquises dans toutes les catégories : c'est ce qui permet par exemple des procédures de décomposition-recomposition.

Finalement, au cours de mon analyse, les termes « **calculer** » et « **comptage** » ont pris le statut *d'activités*. Ce sont des activités demandées aux élèves, qui exigent des connaissances dans toutes les catégories. C'est pourquoi elles sont aussi placées au centre et entourent le concept nombre. Ces activités sont particulièrement intéressantes à observer, et les élèves y rencontrent plus souvent des difficultés, parce qu'elles exigent une mise en lien d'une catégorie à l'autre afin d'être correctement maîtrisées. Calculer et compter demandent des connaissances de chacune de ces catégories mais par contre ne demandent pas à avoir acquis le concept de nombre. Je fais justement l'hypothèse que c'est le contraire : c'est en calculant et en comptant que l'élève développe le concept de nombre. Les flèches bleues représentent les interactions entre chaque catégorie et le fait qu'elles dépendent les unes des autres mais cela représente aussi l'action pédagogique qui circule et impacte chacune d'elles. Si une action pédagogique intervient dans une catégorie cela aura des répercussions sur les autres.

Après tout ce parcours littéraire qui n'est certainement pas exhaustif, je me rends compte qu'il y a beaucoup de détails à côté desquels nous passons, auxquels nous, enseignants, ne pensons pas. Les éléments qui interfèrent dans la résolution de calcul sont nombreux et doivent tous être observés afin de déceler ce qui les empêche d'accéder à la conception du nombre. De plus, ce large panel est trop théorique et a besoin d'être mis en lien avec le terrain et donc la vie d'élève.

D. Hypothèses

Mon hypothèse de départ : si l'élève comprend le concept du nombre alors il aurait plus de facilité pour travailler dans n'importe quelle catégorie du schéma de résolution de calcul. Ce schéma p.22 permettrait également de clarifier où se situe l'élève dans son acquisition du concept nombre.

Hypothèse 1 :

En découvrant quels facteurs entraînent des difficultés pour l'élève, je pourrais l'aider et mieux cibler comment l'aider. Puisque je pourrais situer la zone proximale de développement de l'élève par rapport au nombre.

Hypothèse 2 :

Les élèves ayant des difficultés dans la résolution de calcul ne se représentent pas le nombre dans sa fonction de cardinalité.

Hypothèse 3 :

Les élèves ayant de bonnes connaissances du nombre dans leur ordinalité ne se représentent pas forcément le nombre dans leur cardinalité.

E. Question de recherche et objectifs du travail

Question de recherche

Identifier les facteurs entraînant des difficultés en mathématiques chez l'élève permet-il à l'enseignante spécialisée de les faire progresser rapidement ?

De cette question découlent les sous-questions suivantes :

- Les élèves ayant des difficultés en mathématiques, sont-ils des enfants compteurs ?
- Les élèves en enseignement spécialisé respectent-ils les stades de développement de Piaget en fonction de leur âge ? Existe-t-il des incohérences ?
- Les élèves ayant des difficultés lors des résolutions de calcul se représentent-ils le nombre dans sa cardinalité ?
- Qu'est-ce que le nombre représente pour ces élèves en difficultés ?
- L'appropriation de procédures – même sans les comprendre – leur permettent-elles de s'acheminer vers la conceptualisation ?

Objectifs du travail

- Identifier les procédures de comptage utilisées par les élèves.
- Identifier les facteurs freinant la résolution d'un calcul.
- Identifier les difficultés des élèves lors de la résolution de calcul en se référant au schéma.

II. METHODOLOGIE

A. Les fondements méthodologiques

Je situe ma recherche dans une démarche inductive et descriptive. J'aimerais recueillir le plus d'informations possible que l'on peut avoir lorsqu'un élève résout un calcul et voir ce que cela peut apporter à l'enseignante spécialisée.

Pour trouver des réponses à cette question et ces sous-questions de recherche, j'ai choisi comme méthodologie l'enquête par entretien clinique. J'ai adapté cette méthode en fonction des caractéristiques de ma recherche. Tout d'abord, l'enquête était ce qui correspondait le mieux aux besoins de ma recherche. En effet, elle me permettait d'obtenir de nombreuses informations précises et concrètes. Ensuite, l'entretien clinique m'est apparu comme une évidence. Il répondait à toutes mes attentes méthodologiques. Ce chapitre permet de mieux comprendre ce chemin méthodologique parcouru.

Tout commence par ces nombreuses lectures autour des travaux de Piaget. Elles m'ont permis de me questionner et d'avoir un autre regard sur ma problématique. Quand il a fallu se mettre à écrire une méthodologie, c'est évidemment sur sa méthode que je me suis basée :

« Il met au point un mode d'entretien qui rompt avec les seules méthodes en vigueur : celles des tests. Il commence par écouter les jeunes enfants, leur restituant une parole confisquée. Il nomme d'abord méthode clinique puis, par la suite, méthode critique, cette nouvelle démarche. Bärbel Inhelder, qui l'utilise également, parle de méthode d'exploration critique (1974, p.35). » (PERRAUDEAU, 1998, p. 51.)

Cet extrait illustre parfaitement mes besoins pour cette recherche. L'élève y est au centre et lui seul peut m'éclairer sur ses difficultés autour de la résolution de calcul. En effet, pourquoi lui « confisquer la parole » en lui faisant passer des tests et en observant juste ses écrits, son comportement ? Cela ne me suffisait pas. Il fallait que je lui donne un droit de parole ou plutôt qu'il m'accorde la possibilité de comprendre tout ce qui se joue autour de sa résolution de calcul. D'ailleurs, comment comprendre leur représentation du nombre, sans même leur poser des questions ? Cette méthode pouvait m'apporter les meilleurs résultats par rapport à mes hypothèses. Il était alors clair que je me dirigeais vers des entretiens avec les élèves. Mais pourquoi des entretiens cliniques ? L'extrait qui suit permet de justifier ce choix :

« Cette « méthode critique » (s'il est permis de baptiser ainsi l'aboutissement des procédés que nous avons primitivement empruntés à la « méthode clinique » des psychiatres) consiste toujours à converser librement avec le sujet, au lieu de se borner à des questions fixes et standardisées, et elle conserve ainsi tous les avantages d'un entretien adapté à chaque enfant et destiné à lui permettre le maximum possible de prise de conscience et de formulation de ses propres attitudes mentales. » (Piaget, 1947, *avant-propos de la troisième édition du jugement et le raisonnement chez l'enfant*, p.7., cité par PERRAUDEAU, 1998, p. 52).

Une des raisons essentielles étant ce que permet l'entretien clinique :

- de nous adapter à chaque élève ;
- d'accorder une liberté de parole ;
- de rebondir face aux dires des élèves ;
- de percevoir les faits différemment ;
- de comprendre les actions/écrits des élèves ;
- de questionner de manière spontanée.

Toutes ces raisons ont appuyé mon choix et m'ont permis d'avancer dans une méthodologie qui correspondait à mes besoins de chercheuse. Toutefois, il fallait maintenant trouver comment élaborer ces entretiens. De quoi allaient-ils être composés ? En prenant toujours la même référence, j'ai découvert que Piaget utilisait des activités. Je me suis alors lancée dans la création d'activités. D'un premier jet, je suis partie sur 6 activités. Elles étaient toutes ludiques avec du matériel à manipuler et en lien direct avec le schéma de la résolution de calcul. Elles m'apportaient des réponses pour chaque catégorie du schéma. Après avoir effectué une analyse a priori des tâches, je me suis aperçue que les activités étaient trop nombreuses et que certaines jouaient le même rôle en m'apportant les mêmes éléments de réponses. Je n'ai alors retenu que trois activités. De plus, j'avais l'impression de me perdre dans toutes ces activités. Lors de ce changement, je me suis rendue compte que je faisais les choses à l'envers. Avant de créer des activités, il fallait que je fasse un tableau de référence reprenant les points essentiels à observer pour répondre au mieux au schéma. Et ensuite, me baser sur cette grille pour créer des activités étant susceptibles d'y répondre. C'est pourquoi, pour plus de clarté, j'ai décidé de créer une grille d'entretien avec les points essentiels à souligner, soit les éléments qui permettraient de faire ressortir des faits intéressants par rapport aux hypothèses posées. Une fois cette grille établie, tout est devenu plus clair pour mon choix d'activités. Celles-ci sont décrites plus précisément dans un chapitre plus bas.

Par la suite, par souci de temps et surtout de peur d'oublier d'aborder un sujet essentiel, j'ai décidé de construire un protocole d'entretien. Il est composé de questions et d'un déroulement à suivre pour chacun. Ce protocole d'entretien est important à créer et à respecter. Il permet de se donner une idée de ce qu'il pourrait se passer lors des entretiens. Je me prépare ainsi le mieux possible pour rebondir aux situations pendant le déroulement des tâches, et surtout pour ne rien oublier et viser précisément les objectifs de cette recherche. Si je réalise les entretiens en respectant le protocole, je donnerai des informations pertinentes et justes qui donneront la possibilité de souligner les points communs ou les choses ressortant le plus souvent. Toutefois, suivant les situations, je m'autoriserai à rebondir différemment. S'il me semble utile de poser une autre question ou de rebondir à ce que l'élève dira ou fera, j'agirai en conséquence. Ceci reflète bien la souplesse de l'entretien clinique.

Il est vrai que lors des entretiens, on doit se concentrer sur beaucoup d'éléments comme respecter le protocole d'entretien, observer l'élève, prendre des notes, s'adapter à l'élève, rebondir quand il le faut, obtenir le plus d'informations possible pour répondre à ma question de recherche. C'est pourquoi, j'ai préféré filmer les entretiens cliniques. Pour les élèves ne souhaitant pas être filmés, j'ai enregistré en audio avec leur accord. De la sorte, je me décharge d'une pression, celle de manquer un moment, un comportement, un signe ou autres qui me fourniraient des informations intéressantes. De plus, je souhaite retranscrire

les passages importants des enregistrements vidéo ou audio, qui apportent des éléments supplémentaires à mes observations directes. Il est tout à fait possible qu'aucun élément ne ressorte. Mais si c'est le cas, je retranscrirai le passage en lien.

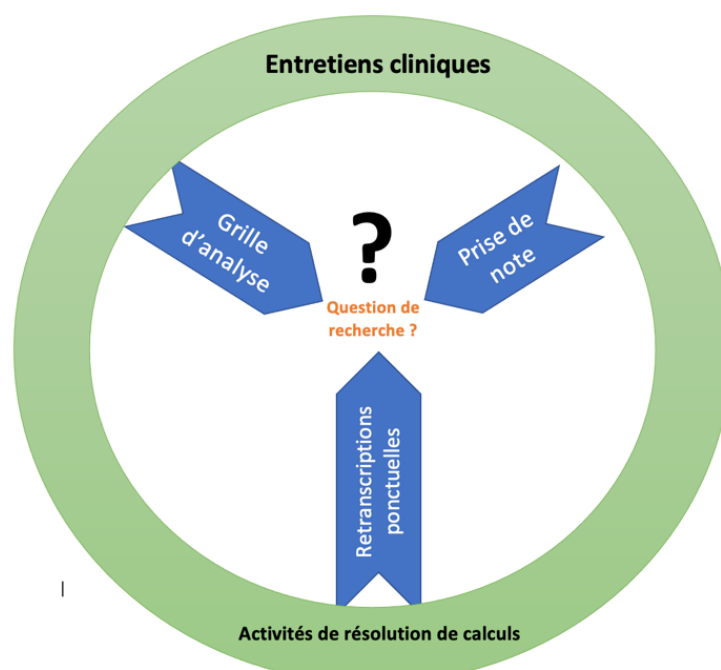


Figure 4 : Schéma du plan d'action méthodologique.

Par conséquent, je me lance dans cette enquête avec des entretiens cliniques filmés. Les outils utilisés pour la récolte de données sont la combinaison de plusieurs techniques, notamment :

- les données recueillies dans la grille d'observation lors des entretiens ;
- les notes de terrains grâce à une observation active ;
- les passages sélectionnés pour être retranscrits dans le but d'apporter un maximum d'informations pertinentes à ma recherche.

B. Contexte de la recherche

Je vais réaliser cette recherche dans mon contexte de travail. J'ai la chance de travailler en individuel avec les élèves et parfois en duo si les objectifs de ces élèves se rejoignent.

Cette recherche est réalisée à l'aide de 12 élèves. Ces derniers sont âgés entre 9 et 17 ans. L'échantillon est donc large du point de vue de l'âge. Par contre, je tiens à souligner qu'en enseignement spécialisé, l'âge ne détermine pas ce que l'élève est capable de faire, ni même son niveau scolaire. C'est pourquoi je ne me suis pas focalisée là-dessus. Du point de vue du genre, ce sera naturellement équitable.

Je ne modifie donc en rien l'accueil des élèves ou ma manière de procéder. Je vais réaliser ces entretiens cliniques avec des élèves que j'accompagne depuis la rentrée scolaire. Nous nous connaissons bien. Mes observations pourraient être subjectives vu nos expériences communes mais c'est un choix que je décide de faire afin de permettre aux élèves d'être détendus et de réaliser les activités sans ce facteur de stress qui pourrait venir fausser les résultats et ajouter un facteur supplémentaire à la liste. Ce n'est clairement pas le but premier ici. Mon objectif est justement que ces élèves s'ouvrent à moi lors des activités et surtout se sentent libres d'agir comme d'habitude. J'appuie mon choix avec l'extrait suivant : « L'art du clinicien consiste, non à faire répondre, mais à faire parler librement et à découvrir les tendances spontanées au lieu de les canaliser et de les endiguer. » (BLANCHET A. 2014, pp.9-10). De plus, puisque je n'ai pas tout ce travail de prise de contact, du lien à créer, toute cette énergie à déployer pour tisser un lien et créer une relation sur des bases saines en ayant un cadre, je pourrai me concentrer uniquement sur mon nouveau regard : celui de chercheure.

C. Choix des outils

Ermel (2005) souligne pourtant l'importance de ce regard pour l'enseignante aussi :

« Le rôle et la tâche de l'enseignant sont alors d'élaborer des outils pour connaître « l'état de savoir » de leurs élèves, de construire et de mettre en œuvre des situations d'apprentissage qui permettront aux élèves de s'approprier de nouvelles connaissances. » (p.31).

Cet extrait met exactement le doigt sur ce que je compte réaliser. En effet, lors de mes entretiens cliniques, je souhaite réaliser plusieurs activités qui mettent en scène une résolution de calcul. Chaque activité sera différente et apportera des informations en lien avec le schéma.

Je vais décrire chaque activité comme suit :

1. d'abord, j'explique brièvement l'activité ;
2. ensuite, à l'aide d'un tableau, je pointe le lien entre ce qui sera observé pendant l'entretien avec l'activité et les catégories du schéma.

● *Activité 1 : Les cornets de glace*

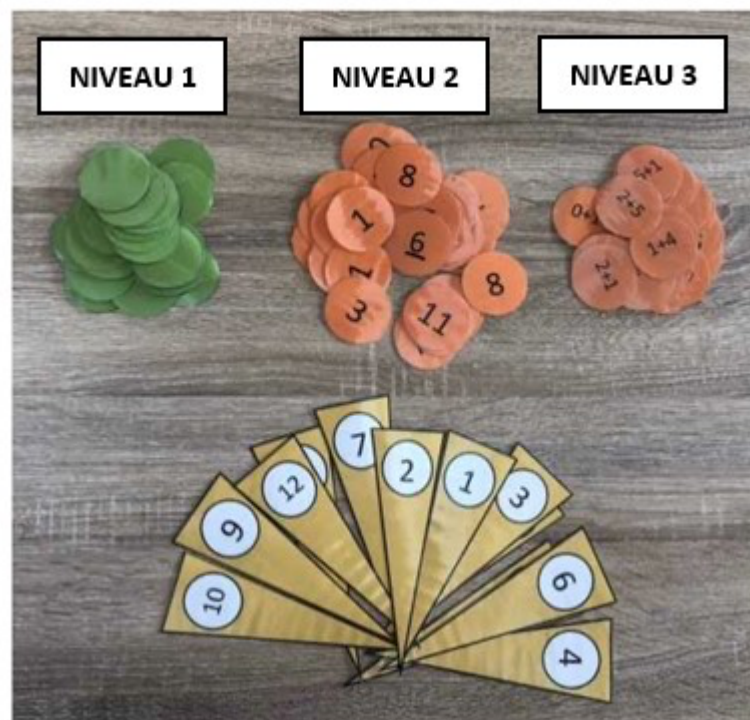


Tableau 2 : Description activité 1.

L'élève recevra du matériel plastifié qui ressemblera à des cornets de glace où des nombres de 1 à 12 y seront inscrits et des boules de glaces.

L'élève devra associer le bon nombre de boules de glace en fonction du nombre écrit sur les cornets.

Cette activité se déroule en trois niveaux :

Niveau 1 :

Cornets de glace avec nombre et boules de glace vierge. Une boule de glace représente une unité.

Niveau 2 :

Cornets de glace et boules de glace avec des nombres inscrits dessus de 1 à 12. Une boule de glace correspond donc au nombre qui sera inscrit dessus. Après que l'élève ait réalisé une première fois l'activité, j'enlève toutes les boules de glace contenant un nombre supérieur à 7. J'ai modifié ceci lors de mon premier entretien parce que je me suis rendue compte que cela m'apportait des informations sur la décomposition-recomposition du nombre ainsi que d'autres choses intéressantes à observer comme la réaction des élèves face à cette activité modifiée par les niveaux.

Niveau 3 :

Cornets de glace et boules de glace avec des additions inscrites dessus.

	Catégories sollicitées						Points à observer en lien avec les catégories
	A	B	C	D	E	Calculer/ Compter	
Niveau 1	x			x	x	x	<p>A : Je fais le choix de ne pas donner de consigne. Cela me permet d'observer ce que l'élève peut comprendre avec ce matériel. Comment interprète-t-il le nombre ? Je laisse l'élève libre de penser la consigne et de réaliser cette activité comme il le souhaite. Cette liberté peut amener de belles surprises puisque cela ouvre à de nouvelles perspectives.</p> <p>D : Quels sont les automatismes de l'élève en termes de procédures ? Utilise-t-il ses doigts ? Si oui comment ? Comment l'élève s'organise-t-il dans l'espace pour faire l'activité ?</p> <p>E : L'élève a-t-il une notion de quantité ?</p> <p>À quelle étape du comptage est-il ?</p>
Niveau 2	x	x	x	x	x	x	A : comment l'élève réagit-il lorsque je retire les boules supérieures à 7 ?
Niveau 3		x	x	x	x	x	B : Connait-il les symboles mathématiques ?

● *Activité 2 : La frise numérique*



Tableau 3 : Description activité 2.

Objectif : compter de 2 en 2, de 3 en 3, de 5 en 5 et de 10 en 10 pour comparer addition et numération où en est l'élève ?

L'élève écrit sur une ardoise avec un marqueur effaçable. J'entoure sur la frise le nombre de départ. Ensuite, j'indique quel saut il doit réaliser. Il écrit 5 nombres consécutifs en respectant le saut. C'est un point par saut. Cette tâche se réalise avec un duo d'élèves. Du coup, il demeure également un esprit de compétition.

Saut du crapaud : +2

Saut du kangourou : +3

Saut du léopard : + 5

Saut avion de chasse : +10

Niveau 1 :

Les élèves placent et organisent la frise de 0 à 120 comme ils le souhaitent. La consigne est qu'ils placent la frise sur le tableau blanc de manière à ce qu'elle leur facilite le comptage pour l'exercice.

Niveau 2 :

Les élèves réalisent les sauts de manière individuelle suivant les énoncés que je leur donne.

Niveau 3 :

Pour certains duos d'élèves ayant un niveau plus élevé, j'ai prévu ce niveau qui consiste à assembler des sauts. (Par exemple : le crapaud et le léopard ensemble deviennent le saut +7.)

Catégories sollicitées						Points à observer en lien avec les catégories
A	B	C	D	E	Calculer/ Compter	
						<p>B : Je donne une consigne orale. Je vais analyser comment les élèves la comprennent. S'ils ne la comprennent pas, qu'est-ce que j'ai dû éclaircir comme points ? Qu'est-ce qui leur a posé souci ?</p> <p>D : Quels sont les automatismes de l'élève en termes de procédures ? Utilise-t-il ses doigts ? Si oui comment ? Comment l'élève s'organise-t-il dans l'espace pour faire l'activité ?</p> <p>E : L'élève a-t-il une notion de quantité ? Où l'élève en est-il entre ordinalité et cardinalité du nombre ?</p> <p>À quelle étape du comptage est-il ?</p>
	x		x	x	x	

● *Activité 3 : Jeu de rapidité*

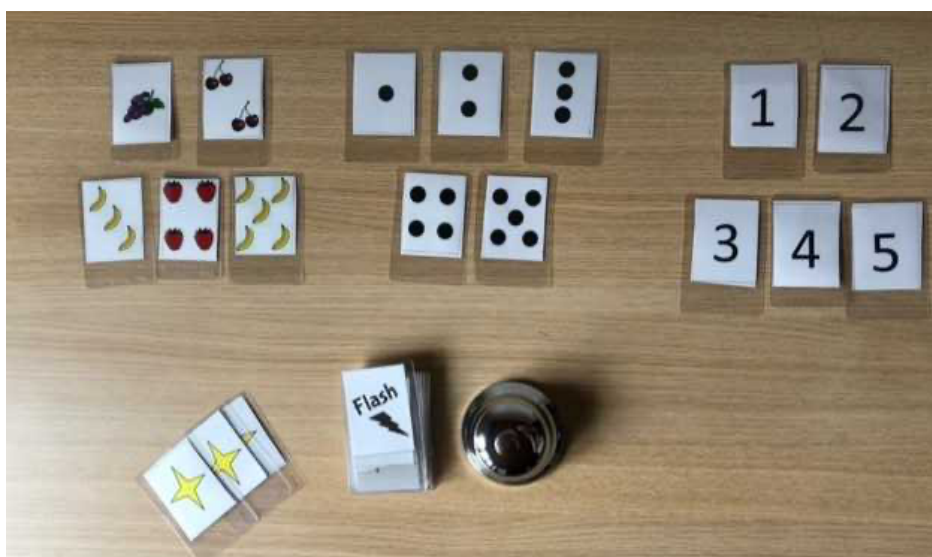


Tableau 4 : Description activité 3.

Il s'agit d'un jeu inspiré du jeu : « Halli, Galli ». Je l'ai réalisé en 3 niveaux aussi.

○ Installation du jeu :

On distribue l'ensemble des cartes de manière égale à chaque joueur.

La sonnette est installée au milieu des joueurs.

- Le but du jeu : avoir le plus de cartes. Celui qui a toutes les cartes remporte la partie.
- Règle du jeu :

Avant de commencer la partie on désigne **le nombre roi** de cette partie. Ce nombre est situé entre 1 et 5. Chaque joueur retourne une carte de son tas à tour de rôle. Une fois que le nombre roi apparaît sur l'une des cartes des joueurs, il faut sonner. Celui qui sonne remporte toutes les cartes.

Niveau 1 :

Les cartes sont uniquement des dessins de fruits : banane, fraise, raisin, cerise.

Niveau 2 :

Les cartes sont des dessins de fruits idem que le niveau 1 et des constellations.

Niveau 3 :

Les cartes sont des dessins de fruits, des constellations et des nombres écrits en chiffres.

Niveau 4 :

J'ai ajouté ce niveau lors du premier entretien. En effet, Je n'y ai pas pensé préalablement. C'est sur le moment que je me suis rendue compte que je pouvais corser le jeu et encore observer sous une autre forme la décomposition du nombre, l'invariance du nombre et sa réversibilité ainsi que l'addition.

Il y aura aussi des cartes « joker » avec une étoile dessus. Si l'une de ces cartes apparaît, les élèves devront sonner le plus rapidement possible. Le premier qui sonne remporte toutes les cartes retournées du jeu.

Objectif : travailler la conscience des petits nombres et des petites quantités : le subitizing. Travailler aussi chaque nombre de 1 à 5 en le liant à sa quantité. Afin que cela devienne un automatisme.

Explication du choix des fruits : j'ai pris la cerise pour la paire qu'elle constitue. J'aimerais observer comment l'élève réagit face à ce fruit lors de ce jeu. Est-ce la paire qui représente l'unité ? Va-t-il se poser cette question ? De même pour la grappe de raisin, la même réflexion en ressort.


Catégories sollicitées							Points à observer en lien avec les catégories
	A	B	C	D	E	Calculer/ Compter	
Niveau 1		x		x	x		B : Si l'écriture du nombre pose souci, c'est ici que l'on s'en rendra compte. Il suffira de regarder à quel niveau l'élève bloque ou aura plus de difficulté dans le jeu.
Niveau 2		x		x	x		
Niveau 3		x		x	x		D : L'élève met-il en place une organisation particulière pour gagner ? E : Comment l'élève réagit-il face aux cerises et à la grappe de raisin ?

Niveau 4			x	x			<p>C : L'élève effectue des opérations d'additions, est-il à l'aise avec cela ?</p> <p>D : L'élève utilise-t-il ses doigts pour effectuer l'opération d'addition ? Utilise-t-il autre chose ?</p> <p>Effectue-t-il des additions de tête ? A-t-il des automatismes très rapides et frappe directement sur la sonnette lorsque la somme du calcul est le nombre roi ? Connait-il toutes les combinaisons qui représentent le nombre roi ?</p>
-------------	--	--	---	---	--	--	--

● *Petit ajustement méthodologique, activité 4 : Jetons cachés*

Après avoir réalisé toutes les activités, je me rends compte que je suis encore un peu dans une zone floue. Il me manque un élément permettant d'affirmer si l'élève semble se représenter le nombre ou non. Dans certaines activités, l'élève semble s'en sortir et dans d'autres pas du tout. Il me fallait une activité qui me permette d'éclaircir cette zone encore trop floue. J'avais besoin d'observer comment l'élève se représentait le nombre en terme de cardinalité. C'est pourquoi, j'ai commencé à chercher une activité assez simple et rapide qui m'apporterait peut-être plus de lumière. J'ai donc choisi une activité que j'appellerai jetons cachés.

Tableau 5 : Description activité 4.

<p>Objectif : L'élève se représente-t-il la quantité du nombre ?</p> <p>Déroulement :</p> <p>Niveau 1 : utilisation de 5 jetons</p> <p>Niveau 2 : utilisation de 10 jetons</p> <p>Je vais d'abord demander à l'élève de me dire combien il y a de jetons sur la table. Ensuite, je vais en retirer et en mettre dans une tasse opaque. Il devra me dire combien de jeton cette tasse contient. Je vais répéter l'opération jusqu'à ce que j'aie les observations attendues. Et ensuite, je passerai au niveau suivant avec le même déroulement.</p>						
						
A	B	C	D	E	Calculer/ Compter	Points à observer
		x	x	x	x	C : l'élève effectue-t-il des opérations d'additions ? Se rend-t-il compte qu'il y a aussi une opération de soustractions ?

						<p>D : élabore-t-il une procédure pour réaliser l'activité ? Utilise-t-il ses doigts ? A-t-il la même utilisation de ses doigts que pour la tâche 1 ?</p> <p>E : l'élève a-t-il une notion de quantité ?</p> <p>Se représente-t-il la quantité de manière abstraite ? Lorsque je retire des jetons. L'élève a-t-il conscience que ce n'est plus la même quantité ? L'élève se rend-t-il compte qu'une quantité se trouve dans la tasse ? L'élève se rend-t-il compte que la quantité dans la tasse et la quantité sur la table sont la quantité de départ ?</p> <p>A-t-il conscience de la réversibilité des calculs ?</p>
--	--	--	--	--	--	--

D. Collecte des données et analyse

Les données de ma recherche seront collectées grâce aux observations menées lors des différentes tâches. J'interpréterai ensuite ces observations en me basant sur les catégories du schéma de résolution de calcul. Dans chacune des catégories, des éléments ont été mis en évidence et c'est sur ceux-ci que je m'appuierai.

Lors de toutes les tâches, j'ai observé comment les élèves réagissaient et tentaient de mobiliser leurs compétences en mathématiques pour résoudre les activités.

Pour cette récolte, j'ai mis à l'essai la grille d'observation (cette grille se trouve en annexe p. 85-86) sur trois entretiens. Plus je l'utilise, plus la compléter devient un défi. En effet, lors du visionnage des premiers entretiens, je n'arrivais pas à compléter la grille efficacement. J'ai décidé de la simplifier en utilisant des cellules vides tout en gardant des mots clés à titre indicatif reflétant des exemples pouvant se trouver dans les cases. Cette nouvelle grille se trouve en annexe (p.85-86).

Pour finir, le codage est basé sur des comportements significatifs de mon point de vue de chercheuse en me référant aux catégories. J'ai retranscrit les comportements et les paroles des élèves pertinents en fonction du modèle d'anticipation et des catégories du schéma de résolution de calcul. Ainsi, j'utiliserai un code couleur pour mettre en évidence les catégories dans mes notes, remarques et extraits des entretiens.

III. Récolte des données et analyse

A. Récolte des données

L'organisation de cette récolte de données est basée sur les tâches. Je vais présenter les données par tâche. Ainsi, je vais synthétiser ce qu'il s'est passé pour chacune d'elles.

Tâche 1

Tableau 6 : Données de la tâche 1.

Niveau 1	<ul style="list-style-type: none">◇ Les élèves demandent directement une consigne : « Faut faire quoi ? » « C'est quoi le but ? » « Bah du coup, il faut faire quoi ? » Certains élèves n'attendent pas et demandent directement une consigne. Ils regardent à peine le matériel.◇ Les élèves se lancent dans l'activité sans demander de consigne mais demande mon accord pour continuer ce qu'ils font.◇ Peu d'élèves se lancent dans la tâche sans rien demander.◇ Les élèves s'approprient le matériel et l'interprètent à leur manière. La plupart des élèves remettent les cornets de glace dans l'ordre. Voici des dires d'élèves dès le début de l'activité : « Ha, il faut remettre dans l'ordre. » « Il faut mettre en ordre les chiffres, je crois que c'est ça. »◇ Certains élèves perçoivent les cornets de glace comme suit :<ul style="list-style-type: none">○ Comme un puzzle à reconstituer.○ Comme des flèches indiquant une direction.○ Comme des parts de gâteau.◇ Certains élèves ne font rien Ils restent parfois bloqués devant les activités pendant de long moment sans même me poser des questions pour l'aider à se sortir de là. Certains élèves restaient immobiles à regarder le matériel.◇ Les élèves demandent une confirmation visuelle Certains élèves demandent à ce que je confirme que ce qu'ils font est correct, avant de continuer dans la tâche. Ils s'arrêtent et me regardent, parfois sans rien demander et parfois en posant la question suivante : « Madame, c'est bon ça ? ».◇ Les élèves ne demandent pas de l'aide matérielle. Aucun élève ne m'a demandé des jetons ou autres matériels supplémentaires pour les aider à réaliser les activités.◇ Attitudes face aux questionnements :<ul style="list-style-type: none">○ Certains élèves regardent par la fenêtre, sans répondre.○ Certains élèves répondent : je ne sais pas.○ Certains élèves répondent par un silence.
-----------------	--

	<ul style="list-style-type: none"> ◇ Certains élèves arrivent à donner une réponse en lien avec la notion de nombre. ◇ « C'est des maths, j'ai vu un 10. » Voilà ce qu'un élève a dit en apercevant le matériel de la tâche 1. ◇ De nombreuses fois, les élèves répondent aux questions par « Je ne sais pas. » ◇ Les élèves ont utilisé du vocabulaire qui s'associe aux mathématiques : addition (1x), chiffres (10x), nombres (22x), compter (7x), maximum (2x), premier (1x), deuxième (1x), le plus grand (5x), j'ajoute 1 (7x), le plus de (1x), calculer (3x). ◇ Pas d'utilisation des doigts, ils utilisent leurs mains pour pointer et compter les boules d'une à une. ◇ Les élèves placent les cornets sur la table sans utiliser tout l'espace et ils sont bloqués lorsque cela touche un bord de la table.
Niveau 2	<ul style="list-style-type: none"> ◇ Aucune réaction de la part des élèves par rapport aux nombres écrits sur les boules. ◇ Trois élèves mettent des boules ensemble sur les cornets pour avoir le résultat lui correspondant. Alors que les autres utilisent la correspondance terme à terme. ◇ Lorsque je retire les boules supérieures à 7, il y a des réactions différentes : <ul style="list-style-type: none"> ○ Des élèves mettent tous les mêmes nombres ensemble sur les cornets correspondants. Ce qui fait que plusieurs cornets sont vides. ○ Des élèves regardent les boules pendant un moment, puis me demandent ce qu'il faut faire. ○ Des élèves regardent les boules pendant un moment, puis ils se mettent à les assembler et les placer sur le bon cornet.
Niveau 3	<ul style="list-style-type: none"> ◇ Deux élèves demandent la consigne. Les autres savent directement ce qu'il faut faire. ◇ Ils reconnaissent tous le signe d'addition. ◇ Ils utilisent leurs doigts pour résoudre les calculs. Il n'y avait pas une manière de faire dominante. ◇ Certains élèves mettent tous les calculs du même résultat ensemble. D'autres n'en placent qu'un seul et ils me donnent ceux en trop. ◇ Certains parlent à voix basse, mais aucun à voix haute. Beaucoup font l'activité dans le silence.

Tâche 2

Tableau 7 : Données de la tâche 2

Niveau 1	<ul style="list-style-type: none">◇ Les élèves divisent les morceaux de la frise et se répartissent le travail. Ils les remettent dans l'ordre.◇ Ils placent les morceaux de la frise par rapport à la largeur du tableau et donc la place qu'il y a sur le tableau. Ils n'organisent pas les morceaux de la frise d'une autre manière.◇ Les élèves se parlent correctement et se félicitent lorsqu'ils ont fini de mettre toute la frise.◇ Ils n'arrivent pas à m'expliquer pourquoi ils ont organisé la frise comme ça. Ils me disent toujours : "Bah là, y'a plus de place, donc on a mis en bas."
Niveau 2	<ul style="list-style-type: none">◇ Les élèves ont des difficultés pour comprendre les consignes, je dois constamment expliquer de plusieurs façons.◇ Les élèves sont silencieux. Ils écrivent juste les réponses sur l'ardoise. Ils n'écrivent rien d'autres.◇ À partir du saut de cinq, deux élèves ont compté sur leurs doigts. Les autres ne les ont pas utilisés et m'ont dit : "j'ai fait dans ma tête". Par contre, ils n'arrivent pas à m'expliquer comment ils ont fait.◇ Au début, les élèves posaient des questions, ils bougeaient sur leur chaise, ils regardaient en l'air et ils cherchaient du regard si c'était bon ce qu'ils faisaient. Après plusieurs bonnes réponses, les élèves étaient plus détendus. Ils restaient assis sur leur chaise et réalisaient l'exercice assez rapidement. Ils se portaient volontaires pour donner les résultats.
Niveau 3	<ul style="list-style-type: none">◇ Ils ont dit : "Ça va être difficile !". Ils ont pris un peu plus de temps que pour les autres sauts, mais ils ont tous trouvé les bons résultats.◇ Ils n'arrivent pas à m'expliquer comment ils sont arrivés à ces résultats. Je dois toujours poser des questions pour comprendre ce qu'ils expliquent.

Tâche 3

Tableau 8 : Données de la tâche 3

Niveau 1	
Niveau 2	Les élèves comprennent directement le jeu. Ils jouent avec le sourire. Ils se trompent très peu lors du jeu. L'écriture différente des nombres n'a pas modifié leur facilité à jouer. Les élèves se chamaillent pour savoir qui a tapé le premier sur la cloche.
Niveau 3	<p>Ils s'accusent les uns et les autres de triche lorsqu'ils perdent. Certains disent qu'ils sont nuls.</p> <p>Certains élèves tapaient précipitamment sur la sonnette alors qu'il n'y avait pas le nombre roi.</p>
Niveau 4	<p>Les élèves additionnent assez rapidement.</p> <p>Certains élèves répondaient plus vite aux opérations d'additions, d'autres plus lentement. Parfois, ils répondaient vite mais de façon incorrecte.</p> <p>Lors des questions sur les grappes de raisin ou les cerises. Ils disent tous : « Bah, c'est comme ça » ou « Je ne sais pas ».</p> <p>Plusieurs élèves ont aussi ajouté : « C'est comme les autres. On compte pas dans le fruit. C'est tout le fruit qui fait 1. »</p>

Tâche 4

Tableau 9 : Données de la tâche 4

Niveau 1	<ul style="list-style-type: none"> ◇ Les élèves donnent tous le nombre correct de jetons se trouvant sur la table. ◇ À la question « combien y a-t-il de jetons sur la table ? », les réactions sont les suivantes : <ul style="list-style-type: none"> ○ Certains élèves donnent la réponse automatiquement en moins de 3 secondes (subitizing). ○ Certains élèves prennent le temps de compter les jetons un à un en pointant du doigt et d'autres en les déplaçant. ◇ Lors des exercices, plusieurs comportements sont observés : <ul style="list-style-type: none"> ○ Certains élèves oublient le nombre de jetons présents au départ sur la table. ○ Certains élèves donnent une réponse juste et instantanée de ce qui se trouve dans la tasse. ○ Certains élèves donnent une réponse juste après un petit moment de réflexion et certains en comptant à voix basse. ○ Aucun élève n'a utilisé ses doigts à ce niveau pour compter.
-----------------	--

	<ul style="list-style-type: none"> ○ Certains élèves étaient attentifs à ce que je prenais comme jetons sur la table. Je devais cacher cette manipulation. D'autres étaient attentifs au son que produisaient les jetons lorsque je les mettais dans la tasse. S'il n'y en avait qu'un, on pouvait le deviner assez rapidement à l'aide du bruit qui retentit dans la tasse lorsque je l'y déposais. ○ Certains élèves essayaient de regarder par-dessus la tasse. Je devais donc y mettre ma main pour bien cacher.
Niveau 2	<ul style="list-style-type: none"> ◇ Aucun élève n'a donné une réponse instantanée sans compter les jetons en les pointant du doigt ou en les déplaçant un à un. ◇ Seuls trois élèves n'utilisent pas leurs doigts pour compter. Ils donnent une réponse instantanée et correcte. ◇ Lors des exercices, la plupart des élèves procède de la manière suivante : <ul style="list-style-type: none"> ○ Ils comptent les jetons présents sur la table. ○ Ils prennent ensuite un moment de réflexion soit en comptant avec les doigts, soit en comptant à voix haute, soit en donnant la réponse de manière instantanée. ○ Ils attendent ma validation en me regardant dans les yeux. Sauf un élève qui ne me regarde pas dans les yeux. Il regarde les jetons et la table.

B. Interprétations et analyse des données

J'interprète les données en me basant sur les catégories du schéma p.22 de la résolution de calcul. Ce choix se justifie par le fait que c'est sur ce schéma que je me suis basée pour créer les tâches mais aussi pour les observer.

Catégorie A : poser le problème

Beaucoup d'éléments sont soulignés dans cette catégorie. Tout d'abord, je peux souligner les nombreux moments de doutes et de silence. Les élèves ont énormément utilisé les mots qui suivent : « je ne sais pas, euh ... ». Ils restent parfois bloqués devant les activités pendant de longs moments sans même poser des questions pour les aider à se sortir de là. Certains élèves restaient immobiles à regarder le matériel. Si je n'intervenais pas, ils ne réagissaient pas.

Ensuite, je relève ici un point central dans cette catégorie qui est les liens que font les élèves entre leurs savoirs. Malgré les multiples questions que je leur pose pour les faire réagir. Ils font très peu de lien entre leurs savoirs. Je vais expliquer cela par un exemple simple : quand je les informe que ce sont des cornets de glace avec des boules de glace, je m'attends à ce qu'ils sachent où déposer ces boules. Mais même après une explication, plusieurs élèves placent les boules sur le cornet ou font un tas. Jusqu'à ce que je leur pose la question « quand tu prends un cornet de glace, où met-on la boule de glace ? » L'élève me répond

toujours par un « Haaa oui » Et place enfin les boules de glace au bon endroit. Les élèves savaient mais n'ont pas mobilisé cette connaissance pour réaliser l'activité. Et cela se produisait à de nombreuses reprises. L'élève sait mais n'arrive pas à faire le lien avec l'activité en classe. Est-ce là un souci de contexte (scolarisation de l'activité), de compréhension, de flexibilité mentale ou une autre fonction cognitive ?

Pour terminer, aucun élève ne m'a demandé des jetons ou autres matériels supplémentaires pour les aider à réaliser les activités. C'est pourtant une aide que je leur proposais à chaque activité. Ce matériel aurait pu en aider beaucoup. Ce désengagement cognitif est interpellant. Je me demande qu'elles en sont les raisons. Serait-ce dû à une obéissance inculquée à l'école qui pourrait freiner à sortir du cadre ou encore à cette inconscience de l'aide que pourrait lui apporter ce matériel, ou ces fameux liens qu'ils ne font pas ?

Catégorie B : langage et communication

L'absence de consigne a entraîné de nombreuses réactions tout aussi intéressantes les unes que les autres. Les résultats ci-dessous concernent deux catégories : la catégorie B par des éléments en lien avec la communication et l'écriture du nombre qui sont apparus dans les données. Et aussi la catégorie A puisque les élèves se posent des problèmes différents, ou n'arrivent justement pas à problématiser.

● *Les réactions en l'absence de consigne*

Dans la tâche 1, j'avais pris la décision de ne pas donner de consigne. J'utilise plusieurs extraits qui marquent cette absence de consigne.

Extrait A : entretien du 4 février – Tâche 1 Niveau 3

E : Et celle-ci si tu devais lui donner un niveau de difficulté sur la même échelle de 1 à 10 ?

M : 2

E : ok

M : C'est pas comme le premier. Le premier était difficile.

E : Ok, donc ça pour toi, c'était beaucoup plus facile que le premier ?

M : Ouais

E : et celui que tu as fait en deuxième ?

M : J'aimais bien

E : Donc tu mettrais combien ?

M : 7

E : 7

M : Non non pas 7. C'était pas difficile. **C'est plutôt la compréhension au début** qui est difficile et après c'est bien allé.

- ➔ Les nombreux silences et blocages des élèves peuvent être interprétés comme s'ils étaient perdus. Je sens dans leurs attitudes que cette situation ne leur convient pas, elle semble les déranger. En effet, ce passage reflète ce que de nombreux élèves ont ressenti dans cette absence de consigne. Ils ont été perdus et bloqués. Très peu se

sont lancés dans l'activité sans avoir mon accord. Ici, on remarque bien que ce n'est pas l'activité qui est difficile pour cette élève mais cette absence de consigne. Ne pas savoir quoi faire est déstabilisant pour eux. Alors que d'habitude les enseignants disent quoi faire et parfois comment le faire. Là, rien n'était dit, ni imposé.

Extrait B : entretien du 28 janvier – Tâche 1 Niveau 1

L'élève reçoit le matériel et commence à placer dans l'ordre des cornets de glace. Ensuite, il commence à mettre les boules de glace sur le cornet en faisant correspondre la bonne quantité de boule avec le nombre sur le cornet. Lorsqu'il arrive au nombre 4.

D : En fait, je dois faire quoi ?

E : Je ne sais pas, tu penses que tu dois faire quoi ?

D : hum, (il continue de placer les boules sur la partie basse du cornet, comme si c'était des flèches).

E : Bah continue c'est bien.

D : (Il continue l'activité) ... Voilà

E : Ok, très bien. Donc qu'est-ce que tu as fait là ?

D : Alors, vous voyez ce forme-là. Là c'est marqué le 1. Et vu qu'il y a là, l'indication de flèche là. Ça veut dire qu'y a un boule qui va dans cette direction-là.

E : ok

D : Du coup, on continue comme ça pour tout. Mais par contre, le 12, c'est la limite. Si y aura le 13, Bah en fait au lieu que ça soit une ligne de boule. Bah y aura deux lignes de boules mais sauf le même nombre. Par exemple pour le 13, on aurait fait comme ça (Il fait deux rangées de boules pour un cornet) Parce que sinon ça va dépasser.

E : Ha à cause de la table

D : Oui il y a pas assez de place.

- ➔ Ce passage montre ce que la plupart des élèves ont effectué : remettre les cornets de glace dans l'ordre (sériation). Ils seraient alors à l'étape de progression de comptage 3. Puisqu'ils effectuent des classements et des sériations. Par contre, ils ne semblent pas avoir atteint l'étape 4. Puisqu'à aucun moment dans les données, les élèves ont utilisé la décomposition-recomposition. Cela montre aussi que si l'élève n'a pas de consigne, il va se référer à ce qu'il connaît. Cela montre comme l'élève est conditionné et qu'à force d'avoir fait ce genre d'exercices, il sait qu'il faut remettre dans l'ordre.
- ➔ Par contre, l'élève de cet entretien utilise la décomposition-recomposition lorsqu'il explique qu'avec le nombre 13, il faudra organiser les boules différemment. Il décompose le nombre sans aucune difficulté pour le recomposer par après. Cela pourrait prouver que cet élève est à l'étape de progression de comptage 4. Il se pourrait aussi qu'il soit à la 5 puisqu'il suit son propre raisonnement.
- ➔ Ce même élève interprète le matériel comme il le pense. Il ne voit pas du tout des cornets de glace. Il voit des flèches. Même si l'élève s'est représenté le matériel autrement, cela ne l'a pas empêché de réaliser l'activité correctement. L'objectif premier est clairement respecté. De même pour la plupart des élèves qui avaient d'autres représentations mentales de ce matériel. Ils ont pu réaliser l'activité sans que cela n'affecte la réussite de l'activité.

Extrait C : entretien du 29 janvier – Tâche 1-Niveau 2

Je donne le matériel de la tâche à l'élève. Ensuite, il me donne directement une consigne après l'avoir observé pendant 12 secondes exactement.

D : Alors on va prendre cet exemple-là. Le 12.

E : Ok

D : on va faire genre comme si vous êtes dans une mine. Vous savez là, les mines pour chercher de l'or et tout ça.

E : Oui

D : Et là, y a une équipe qui va dans cette mine et dans cette équipe-là, bah y a 3 personnes. Et leur but en fait, c'est que chaque jour ils doivent trouver 12 ors. Du coup, comme par exemple, on va prendre le premier membre de l'équipe. J'ai bien dit trois personnes.

E : Oui oui

D : Le premier, la première personne de l'équipe qui a trouvé, on va dire 3 ors. (Il prend une boule avec le nombre 3 dessus)

E : Oui

D : Du coup, si on fait 12 moins 3 bah ça fait 9.

E : oui

D : Mais sauf que c'est pas suffisante. Puisque chaque jour on a besoin de ramener 12 ors dans euh ... dans la centrale on va dire.

E : Oui ok

D : Et si, y a le deuxième membre, il a trouvé 4 ors. (Il prend une boule avec le nombre 4 et la place en dessous de l'autre boule avec le nombre 3.) Du coup, 9 -4. Ça fait 5. Du coup, y a 5 ors qu'on doit chercher.

E : ok

D : Et le dernier membre, bah en fait il a trouvé pile poil euh ... (Il cherche dans le tas) Alors il est où ? ... Il a trouvé pile poil 5 ors. (Il dépose une boule avec le nombre 5 dessus et la place en dessous des deux autres.)

E : Oh, magnifique.

D : Du coup, ça fait qu'en fait toute ces membres-là, ils ont rempli le panier.

E : ok

D : Et ils ont ramené le panier au central. Mais, on ne peut pas genre, qu'en fait y a un membre. Genre il y a une personne de cette équipe-là qui a trouvé 12 ors. Du coup, ça sert à rien. Les autres personnes de l'équipe vont rien faire. C'est un peu ... euuuh on va dire un effort que l'on a laissé pour une personne.

E : ok super et puis pour les autres ?

D : Bah c'est la même chose. Par contre, quand même, si on a besoin de chercher un (Il montre le cornet portant le nombre 1) Bah on envoie qu'une personne. Si on a besoin de chercher deux bah on envoie deux personnes. Et si on a besoin de trouver 3 bah on envoie trois personnes. Du coup, le maximum de chaque équipe bah c'est euh ... 3 personnes le maximum.

➔ Dans cet extrait, l'élève a abordé l'activité d'une autre manière. Il se pose un problème mathématique sous la forme d'un jeu dynamique en utilisant le matériel que je lui ai donné. Cela montre la maîtrise du concept du nombre. L'élève dépasse les

objectifs de l'activité. Il va bien au-delà de ce qui lui aurait été demandé si j'avais posé une consigne. Cette liberté de consigne m'a donnée cette possibilité de voir ce que l'élève était capable et où il en était dans son acquisition du nombre.

Les points précédents montrent les effets provoqués par l'absence de consigne. Toutefois, lorsqu'une consigne est donnée, il existe aussi de nombreux effets remarqués dans ces entretiens. Outre la compréhension de la consigne en elle-même, je vise ici, le conditionnement qu'elle opère. Lors de la tâche 3, pour rappel, j'ai utilisé des fruits « pièges » comme la cerise (qui en fait en contenait deux) et la grappe de raisin (qui contenait plusieurs raisins). L'utilisation de ces fruits était présente pour interpeller l'élève et pour observer si des réactions allaient apparaître. Que ce soit des comportements ou des paroles, aucune réaction de la part des élèves n'est intervenue face à ce « piège ». Ils ont tous pris les fruits comme un ensemble et l'ont associé à une unité. C'est là un effet de la consigne, je leur ai apporté ces fruits comme des entités. Et ils en sont restés là. Ils n'ont même pas pensé à aller plus loin, parce que la consigne était autre ! Ils se sont focalisés sur ce qui avait été donné et demandé. Voilà encore une fois une preuve d'une sorte de conditionnement scolaire. Dans ce cas précis, il a empêché ces élèves de construire une représentation du nombre en lien avec un objet concret – la cerise ou le grain de raisin – en restant uniquement aux formes symboliques (langage, image).

● *L'écriture des nombres*

L'écriture des nombres n'a pas été relevée par les élèves sauf une fois lors de l'extrait qui suit. Les élèves ne semblent éprouver aucune difficulté quant à la connaissance des écritures des nombres. Cela s'est renforcé dans la tâche 3 où ils ont tous pu reconnaître les diverses écritures.

Extrait D : entretien du 26 janvier – Tâche 1 Niveau 2

J : Vous avez fait un trait ?

F : Oui, c'est pour dire que ...

J : (Il place le 6 dans le mauvaise sens)

E : C'est dans l'autre sens, suivant qu'il soit dans un sens ou dans l'autre. Là c'est un 9, si tu le mets dans l'autre sens ça fait quel nombre ?

J : un 1

E : ça devient un 6. Si tu le retournes. Regarde.

J : un 6

● *Le signe d'addition*

À la tâche 1 au niveau 3, je remarque qu'ils comprennent directement ce qu'il faut faire. Le signe « + » leur donne clairement des indications d'additions. Ils sont tous nombreux à dire que la tâche 3 est beaucoup plus facile que les autres. Alors que je pensais que ça allait être la plus compliquée pour eux. Ce signe d'additions leur donne un indice sur ce qu'ils doivent faire, c'est cela qui rend l'activité plus facile pour certains.

● Communication

Les élèves ont d'énormes difficultés à communiquer. D'après les données récoltées, j'ai tenté de catégoriser les différences de communication.

- **Communication claire** : certains élèves communiquent de manière claire et précise. Ils n'utilisent par contre pas de vocabulaire mathématique adapté à la situation. La plupart d'entre eux utilise un exemple pour expliquer ce à quoi ils pensent. Voici plusieurs extraits qui illustrent ça lorsqu'ils ont dû reformuler des consignes.

➔ Un élève a utilisé l'ordinalité du nombre pour prouver sa cardinalité, illustration dans l'extrait suivant :

Extrait E : entretien du 12 février – Tâche 1 - Niveau 1

E : Si je te disais qu'un camarade te dit que sur ce cornet-là, il n'y a pas 7 boules. Tu lui répondrais quoi ?
L : Bah .. Je lui dirai... bah ... je ne sais pas.
E : Tu ne sais pas ce que tu lui dirais ? Pour lui prouver que c'est juste ? Que c'est sûr que c'est 7, toi ?
L : euh... Bah ... euh j'inscrirais sur les cartes, je mettrais avec un stylo 1,2,3,4,5,6,7.
E : Haaa
L : Et comme ça, il verrait que c'est le bon nombre.
E : ok, d'accord.

Deux constats intéressants sont à souligner ici :

1. L'élève utilise le recours à l'écrit comme ultime vérité. Si c'est écrit, c'est forcément vrai. Alors qu'un élève qui dispose de la conception du nombre devrait faire référence, selon Piaget, à des transformations effectuées par lui-même plutôt qu'à des symboles. L'élève ayant la conception du nombre aurait proposé un raisonnement plus hypothétique. Revenir à l'écrit semble être pour lui une action qui le rassure.
2. L'élève fait référence au comptage-numérotage. Si pour lui, il faut indiquer chaque nombre sur les boules et utiliser la dernière comme représentation de l'ensemble de la collection de boules. Alors l'élève est peut-être bloqué à cette étape 3 de comptage. Du moins, il se situe dans cette zone de floue de transition entre le comptage et le dénombrement.

- ➔ Les explications par des exemples sont nombreuses comme dans cet extrait où l'élève fait référence à des opérations concrètes, des transformations avec le matériel qui est une connaissance opératoire :

Extrait F : entretien du 25 janvier – Tâche 1 – Niveau 1

E : Si tu devais expliquer à un camarade de classe ce qu'il devait faire pour cette activité. Tu lui dirais quoi ?

S : Bah ... qu'il doit euh ... Par exemple, là (Elle montre le cornet 7), il devra mettre 7 boules. 1,2,3,4,5,6,7. Et puis pour là, y a 11 là (elle montre le cornet), il devra mettre 11 boules. Et voilà.

- **Communication peu claire et désordonnée** : certains élèves essaient de communiquer. Mais ils se mélangent et j'ai dû poser plusieurs questions pour comprendre ce qu'ils m'expliquaient. Dans les extraits qui suivent les élèves ne sont pas clairs. Il est difficile de comprendre leur raisonnement.

Extrait G : entretien du 22 février - Tâche 4 - Niveau 1

J'ai pris 2 jetons d'un ensemble de 5 jetons que j'ai mis dans la tasse.

E : Il y a combien de jetons là, dedans.

L : 5

E : dans la tasse, il y a 5 jetons ?

L : non 3

E : 3 jetons, comment tu sais qu'il y en a 3 ?

L : il y a 1,2,3,4,5. (Il recompte les jetons sur la table avec son doigt. Il pointe du doigt les 3 jetons sur la table et deux fois dans le vide.)

E : oui, donc il y en a 5 en tout. Là, j'en ai enlevé. Et dans la tasse maintenant, il y en a combien ?

L : euh ... 3 ha non y en a 4

E : Y a 4 jetons, comment tu sais qu'il y a 4 jetons ?

L : Il y a avant 1,2,3,4 et après c'est 5.

E : Ha donc il est parti à partir du 4. C'est ça que tu dis ?

L : oui

E : Ha ok, donc dans la tasse, y a 4 jetons.

L : oui

E : ou à partir du chiffre 4 ?

L : chiffre 4

E : donc combien de jetons je vais pouvoir sortir de ma tasse ?

L : 5

E : 1,2 (je sors les jetons de la tasse et lui montre la tasse vide.)

L : que 2 ?

E : oui

➔ Dans cet extrait, j'essaie de comprendre les réponses et raisonnements qu'il me donne. Lorsqu'il me donne des nombres aussi rapidement, je n'ai pas l'impression qu'il s'implique dans l'activité. Et plus on avance et plus j'ai l'impression qu'il réfléchit et se crée son propre raisonnement. J'essaie de le comprendre et je me rends compte que pour lui il fait du comptage-numérotage. En effet, il utilise le dernier « mot-nombre » pour me donner réponse à « combien il y en a ? ». Les mots-nombre sont des mots qu'il donne au jeton en respectant l'ordinalité mais en ayant aucune représentation de quantité. Ici, la communication est importante. Sans elle, je n'aurai pas compris ce qu'il se jouait dans l'apprentissage de l'élève. En l'interrogeant plus, je me rends compte qu'il n'a pas de notion de quantité mais qu'il tente de s'approprier un raisonnement qui est tout à fait logique et qui correspond à une étape dans l'acquisition du nombre. Par contre, on remarque clairement qu'il n'a pas accès à l'abstrait.

Extrait H : entretien du 21 janvier : Tâche 2 – Niveau 2

D: Il faut des qui soient tout près, ou c'est comment ?

E: ...(silence de 3 secondes) Je n'ai pas compris ta question D.

D: Il faut des qui soient tout près.

E: Il faut qu'ils soient tout près?

D: Ouais, fin, tout près de ... euh... de 32?

E: Alors, ... je répète juste. Ton nombre de départ c'est 39

D: ouais

E: C'est quoi ta question, il faut qu'il soit tout près?

D: Haaa non mais j'ai pensé ... euh ... 32 il faut aller jusqu'à combien?

E: tu dois faire 5 sauts de 2.

D: Haaa 5 sauts. Ha ok.

E: c'est bon pour toi comme ça ou tu as besoin d'autres explications.

D: non c'est bon.

(Après 5 secondes)

H: t'as déjà fini?

D: Ouais

H: Tu dois écrire chaque chiffre hein.

D: Ha

➔ L'élève ne comprend pas ce qu'il doit faire. Il demande de l'aide mais n'arrive pas à exprimer ce qu'il ne comprend pas. Même après des explications, l'élève ne comprend toujours pas les consignes. Mais il pense pourtant les avoir comprises. On le remarque à la fin de l'extrait où l'élève lui demande s'il a déjà fini parce que c'était très rapide.

- **Pas de communication** : certains élèves ne savent pas quoi répondre et disent « Je ne sais pas. » ou ils ne répondent même pas. Ils restent dans le silence.

➔ Ces silences sont la preuve qu'il existe une difficulté. Mais il est compliqué de déterminer laquelle. Certains élèves n'arrivent même pas à prendre la parole pour s'exprimer sur les difficultés qu'ils ont à effectuer l'activité. Dans ces moments-là, j'essayais toujours d'effectuer des relances. Mais les élèves répondaient la plupart du temps : « Je ne sais pas ». Il est difficile ici de comprendre l'élève et surtout « d'évaluer » ses difficultés puisqu'il ne nous donne que très peu d'informations. Il ne sait pas, mais qu'est-ce qu'il sait déjà qu'il ne nous dit pas. Son attitude nous montre qu'il ne comprend pas ce qu'il doit faire. La plupart du temps, ils n'arrivent pas à exprimer ce qu'ils pensent, ce qu'ils ressentent, ce qu'ils connaissent. Alors ils ne parlent que très peu. Ils ont peut-être souffert de trop de moqueries et n'osent plus se lancer. Il est aussi possible qu'il n'ait pas facile de s'exprimer, de trouver le vocabulaire correspondant à la situation. Ils ont souvent un vocabulaire pauvre et utilisent les mêmes termes. Il faudrait leur apprendre à communiquer ou trouver un moyen de communication qui correspondrait aux élèves et à l'enseignante.

Catégorie C : opérations

● *L'ordinalité du nombre*

Mettre les nombres de 1 à 12 dans l'ordre semble acquis par tous les élèves. Ils n'ont pas de difficultés particulières. Cela leur semble plutôt facile même. Pour la tâche 1, j'ai remarqué que 9 élèves sur 11 ont classé tous les cornets de glace dans l'ordre. Alors que ce n'était clairement pas demandé. Ça été comme un automatisme. On revient, ici, aux opérations concrètes. Beaucoup d'élèves semblent à ce stade de développement de Piaget. Et pourtant, certains d'entre eux semblent se retrouver entre deux stades puisque le stade pré-opératoire (le langage) pose encore beaucoup de difficultés.

● *Les opérations d'additions*

Les élèves semblent presque tous avoir acquis l'opération d'additions essentiellement pour les plus petits nombres. Certains connaissent le terme d'addition et d'autres non. Mais ce n'est pas ce « principe d'ajout » qui n'est pas acquis mais ce lien à la quantité. L'extrait suivant l'illustre bien cela :

Extrait de l'entretien du 4 février – Tâche 1 Niveau 3

M : 1+1 ça fait 2

F : Hum hum

M : C'est comme si on avait 2 boules en fait. C'est des additions.

Ici, l'opération d'additions, certes acquise, se limite donc au champ des petits nombres. Elle est toujours effectuée avec beaucoup de rapidité et de facilité. Les élèves n'ont jamais demandé confirmation lorsqu'ils effectuaient un calcul avec ces « petits » nombres. Par contre, pour les autres, j'avais souvent eu droit à un regard qui cherchait confirmation ou qui semblait exprimer une demande de confirmation de ma part.

● *Classification des nombres*

Lorsque je passe à la tâche 1 niveau 2-2, c'est-à-dire quand je retire toutes les boules supérieures à 7, beaucoup d'élèves effectuent un classement. Ils rangent les boules sur le bon cornet. Du coup, les cornets de 8 à 12 sont vides et ceux de 1 à 7 n'ont pas la quantité leur correspondant. Selon Piaget, ces classements sont une étape vers l'acquisition du nombre. Ils font un appariement des chiffres plutôt que des nombres. Les élèves effectuant ce niveau de cette manière n'ont pas encore totalement acquis la notion de nombre mais ils sont sur la bonne voie. Ils seraient à l'étape de progression 3.

Catégorie D : Procédures de résolution de calcul

● *Le comptage avec les doigts ou de tête*

Une minorité d'élèves, trois sur onze plus exactement, jonglent assez facilement et rapidement avec le comptage sans utiliser leurs doigts. Ils disent : « J'ai compté dans ma tête ».

Extrait I : entretien du 21 janvier – Tâche 2- Niveau 2

E: Comment est-ce que vous êtes arrivés à ces nombres-là?

H: à 96?

E: Comment est-ce que vous avez trouvé les résultats, comme 84, 87 ...

H: Ha bah, $81+3$ ça fait 84, $84+3$ ça fait 87, $87+3$ ça fait 90, $90+3$ ça fait 93 etc.

E: Comment tu as fait justement pour passer de 81 à 84?

H: Bah j'ai fait 3 en 3 de tête.

E: T'as fait 3,3 chaque fois de tête?

H: oui

E : Puis t'as fait quoi, 81,82,83,84, puis tu as écrit 84, comment tu as fait?

H: Ha non, j'ai fait 84-87-90-93-96.

E: ok, donc toute suite ça t'est arrivé.

H: Oui, les nombres étaient là.

E: Et toi, D..?

D: Bah, euh, la même chose.

● *La gestion de l'espace*

Les élèves utilisent l'espace de manière différente à chaque fois. Mais j'ai tenté de catégoriser cela comme suit en ayant comme critères d'observation : l'organisation du matériel, l'utilisation de l'espace à disposition et la motricité des mains.

- **Organisée**

L'élève trie le matériel et le range de manière ordonnée et facile d'utilisation. Il utilise une procédure qui lui permet d'optimiser son temps. Par exemple, il prend toutes les boules de glace dans ses mains au lieu de les laisser sur la table. Cela lui permet d'aller plus vite et d'effectuer l'activité plus facilement.

- **Organisée de manière esthétique**

L'élève trie le matériel et le range de manière à faire quelque chose de joli (selon lui). Tout doit être bien mis correctement. L'élève est minutieux et prend le temps qu'il faut pour tout mettre comme il le souhaite.

- **Le désordre ordonné**

L'élève utilise l'espace sans se soucier de mettre le matériel dans un ordre précis ou pour faire quelque chose de joli. Ça ne gêne en rien la réalisation correcte de l'activité. Il va vite et sait ce qu'il faut faire. Il semble très bien se retrouver dans son organisation. Il n'est pas confus ou perdu. Les résultats sont corrects en fin d'activité.

- **Le désordre incontrôlé**

L'élève utilise l'espace de manière désordonnée. Il en met partout et se mélange. Il est maladroit et semble perdre vite le fil rouge de l'organisation qu'il avait débutée. Le matériel se mélange et il se perd dans ses résultats. Les résultats à la fin sont parfois erronés.

- **Espace limitant l'activité**

L'élève n'utilise pas l'espace dans son entier. Il reste sur une petite partie de la table. Il se renferme dans l'organisation de son matériel et ne voit pas comment continuer l'activité. Il semble bloqué et cela l'empêche d'avancer. Un extrait illustre bien cela :

Extrait J : entretien du 25 janvier – Tâche 1-Niveau 1

J : ooh, je sens qu'on aura pas assez de place.

E : Ha bon ? Pourquoi dis-tu ça ?

J : Bah regardez là, j'arriverai pas à mettre toutes les boules.

● *Procédures apprises*

Extrait K : entretien du 25 janvier – Tâche 1 Niveau 3

E : Comment tu as fait toi pour trouver les bonnes réponses ? Comment tu as fait pour savoir ?

S : Par exemple, moi j'ai pris, bah le plus grand, moi j'ai mis dans ma tête. Bah $2+1$ ça fait 3 du coup j'ai fait ça de tête et ça m'a donné les réponses.

- ➔ Le discours de cet élève est une procédure qu'on apprend aux élèves pour calculer. Par contre, l'élève a aussi utilisé ses doigts et ne l'a pas mentionné. La plupart du temps, lorsque je leur demandais de m'expliquer comment ils avaient fait, ils ne me répondaient presque rien ou une infime partie de ce qu'ils avaient réellement fait. Ils semblaient perdus et totalement désorientés. J'affirme ça par le nombre de « euh » ou de « Je ne sais pas ». Il est arrivé plusieurs fois où les élèves m'ont dit : « Bah j'ai compté. » Ceci prouve qu'ils n'ont pas conscience qu'ils effectuent des procédures ou même des opérations.

● *Procédures par expériences*

J'explique les procédures par expériences comme suit : certains élèves utilisaient une procédure nouvelle. C'est-à-dire qu'à force d'essayer et de voir que ça fonctionnait, ils comprenaient que de cette manière ils obtenaient des résultats corrects. C'est souvent utilisé par des élèves qui sont en cours d'acquisition du nombre.

Par contre, il est possible qu'un élève trouve une procédure pour un exercice à l'instant présent, comme c'est arrivé plusieurs fois pendant les entretiens. Il a peut-être acquis le concept du nombre et manipule parfaitement certaines propriétés de celui-ci pour élaborer des procédures correctes. En effet, les élèves s'appuient sur des concepts qu'ils connaissent pour développer une nouvelle procédure, de sorte qu'ils puissent être certains de pouvoir réussir. S'ils ne sont pas à l'aise avec la multiplication par exemple, ils ne vont pas l'utiliser dans leurs procédures. Par contre, ils vont utiliser les concepts qu'ils maîtrisent. Lors d'un entretien pendant la tâche 2, les élèves étaient à l'aise avec les nombres. Du coup, j'ai associé des sauts d'additions entre eux et j'ai donc augmenté le niveau de difficulté, surtout au niveau du raisonnement. Cela m'a permis de pousser l'élève plus loin. J'ai pu en retirer les extraits suivants qui illustrent parfaitement ce genre de situations :

Extrait L : entretien du 28 janvier – Tâche 2 - Niveau 3

E : Pouvez-vous m'expliquer comment vous avez fait pour trouver ces résultats ? (Ils devaient faire des sauts de 13 en partant du nombre 88)

D : Je sais que $88+12$, je passe à la centaine. Du coup, j'ajoute 1 et voilà. Par contre, si c'était 11. Bah je vais en dessous de la centaine et donc 99.

E : Ha d'accord. Merci

Extrait M : entretien du 21 janvier – Tâche 2 - Niveau 2

E : Donc le nombre de départ, c'est 63. Ok, ok. Comment est-ce que vous en êtes arrivés à ces nombres-là ?

H : bah de 5 en 5.

D : alors y a deux possibilités, soit on rajoute $63 + 25$ du coup ça fait 88. Après, y a aussi, genre ces nombres-là: 68 et 78 bah c'est la même chose. Du coup, euh ... dés qu'on a fait 63, 68. Bah les prochaines on sait qu'on doit rajouter un 7 et après un 8. Comme si y avait deux 6, deux 7 et deux 8

E : Donc tu veux dire que tu sais qu'il y aura deux fois la dizaine de 6, deux fois celle de 7, donc deux fois 60, deux fois 70, ... ?

D : ouais

E : ok, mais comment tu sais que c'est le 8 et le 3 alors ?

D : le 8 et le 3 ?

E : Oui

D : bah parce que le 5 euh , si on fait $5+5$, 10. $10+5$ ça fait 15 et du coup, en fait euh, c'est comme si on enlève le 6 et on rajoute le 7. Du coup, ça fait toujours 78.

E: ok, donc tu veux dire que 5 et 5 ça fait 10. Donc tu savais que 68 avec deux sauts, c'était $68+10$. C'est ça que tu dis ?

D: Ouais

E: Et que tu arrivais à 78?

D: ouais

E: et puis entre les deux alors tu arrives à 73. Ok. Donc toi, tu as fait ça comme calcul dans ta tête ?

D: Ouais

- ➔ Voilà ici une preuve que la souplesse de l'entretien clinique est un atout pour ma recherche. Il m'a permis de rebondir et d'obtenir des informations plus intéressantes, et surtout directement en lien avec mes besoins de chercheuse à l'instant présent.
- ➔ Dans ces extraits, l'élève s'investit dans un raisonnement qui lui est propre. Il est tout à fait cohérent avec ce qui est demandé dans l'activité. Il décompose et recompose le nombre de différentes manières. Il utilise aussi un peu du vocabulaire mathématique et du coup, cela facilite la communication et j'arrive à comprendre ce qu'il m'explique. Même si ce n'est pas de suite facile à comprendre, je pose des questions supplémentaires et l'élève arrive à s'expliquer. L'élève a atteint une logique et dispose du concept du nombre. Il se trouve dans la dernière étape de progression du comptage. Et en comparaison avec les stades de développement de Piaget, il se situe dans le dernier stade qui indique que l'élève est capable de raisonner et d'effectuer des opérations formelles.

Catégorie E : concept nombre

● *La notion de quantité*

Dans cette partie, je réponds à une de mes sous-questions de recherche : **Qu'est-ce que le nombre représentent pour ces élèves en difficultés ?** Lors des diverses tâches, j'ai demandé à plusieurs reprises aux élèves ce que représente le nombre. J'ai eu une multitude de réponses différentes. J'ai tenté de regrouper les différentes réponses par thématique comme suit :

- ◇ Un seul élève a utilisé le terme quantité comme dans l'extrait suivant :

Extrait N : entretien du 28 janvier – Tâche 1 – Niveau 1

E : le nombre pour toi, ça représente quoi ?

H : une quantité

- ◇ Une majorité d'élèves était perdue face à cette question. Il a fallu apporter plus de précision à la question de départ pour essayer d'obtenir une réponse des élèves. Parfois, ils restaient toujours dans le flou. Ils n'arrivaient pas à me répondre. Ils restaient silencieux et me répondaient juste qu'ils ne savaient pas.
- ◇ Par contre, à force de reformuler la question, les élèves ont répondu à leur façon comme dans les extraits suivants :

Extrait O : entretien du 25 janvier – Tâche 1 - Niveau 1

E : ça représente quoi le nombre pour toi ?

La : (silence) ...

E : qu'est-ce que c'est pour toi le nombre, le un, le douze, le dix, le huit, c'est quoi pour toi ?

La : (silence) ... Je ne sais pas comment expliquer.

E : je ne sais pas avec tes mots, comment tu les utilises dans la vie de tous les jours ? Pourquoi est-ce qu'on en aurait besoin ? Qu'est-ce que tu pourrais me dire sur ces nombres ?

La : bah par exemple, les nombres de 1 à 10. On va dire que c'est bien parce qu'on a 10 doigts. Donc euh, c'est facile si on doit calculer ou comme ça. Mais après euh..

E : Par contre, pour les nombres 11 et 12, c'est plus compliqué. Tous les nombres au-dessus du 10 c'est plus compliqué ?

La : hum hum

E : ok, donc tu es assez à l'aise avec ces nombres-là ?

La : hum hum (Elle acquiesce)

- ➔ Dans ce passage, l'élève semble ne considérer que les nombres jusqu'à 10. C'est comme si les quantités ne pouvaient être ressenties que jusqu'à 10. En

effet, lorsque j'ai parlé de ressentir la notion de quantité dans mon cadre théorique, l'utilisation des doigts est une solution très efficace puisque l'élève ressent cette quantité. Par contre, l'inconvénient est qu'il s'arrête à 10. L'élève le prouve par ces dires. Ici, l'élève se situerait dans les opérations concrètes. Elle n'atteint pas de raisonnement hypothétique. Elle ne se dit pas que les doigts peuvent aller bien plus loin que 10 et peuvent être utilisés pour de plus grand nombre. De plus, elle pense être à l'aise avec les nombres jusqu'à 10. Or, lors des activités, elle n'est pas à l'aise. Elle éprouve des difficultés pour résoudre les calculs. Je pense qu'elle est plutôt à l'aise avec le comptage et le fait de toujours travailler les nombres jusqu'à 10.

- ◇ Certains élèves l'ont illustrée par des exemples sans la nommer.

Extrait P : entretien du 28 janvier – Tâche 1 Niveau 1

E : C'est quoi pour toi le nombre ? ça représente quoi ?

D : Euh, hum, c'est comme si ça représente euh ... Si y a un pomme dans cette direction, bah c'est-à-dire qu'y a un pomme dans cette direction. Comme par exemple vous voyez les panneaux ?

E : Hum hum

D : bah, y a les panneaux qu'en fait euh la ville de Neuchâtel, ça va dans la direction du sud. Et la ville de Berne ça va dans la direction du sud aussi.

E : Oui, mais est-ce que là y avait des nombres ?

D : Bah c'est comme si y a deux villes qui part au sud en fait du coup ...

E : Ha ok

D : Donc par exemple, si on fait 4. Ça veut dire y a 4 villes qui passent dans cette direction.

E : Ok d'accord.

- ◇ Certains élèves font le lien avec l'activité directement et ne prennent pas la question de manière générale comme dans l'extrait suivant :

Extrait Q : entretien du 28 janvier – Tâche 1 Niveau 1

E : Que représente le nombre pour toi ?

M : 5, ça veut dire 5 glaces, 5 boules de glace. On ne va pas mettre 6 ni 3. C'est 5-5. (En montrant le cornet portant le nombre 10)

E : Ok, et puis euh, c'est toujours 5, c'est 5 boules de glaces ?

M : ouais

E : Si c'était autre part par exemple. Ça pourrait être autre chose ?

M : Ouais, ça peut être des bonbons.

E : ok

M : Des chocolats, des choux de Bruxelles. J'aime trop les choux de Bruxelles (Rires) Et puis voilà.

E : (Rire) Ok d'accord.

- ➔ L'élève montre qu'elle sépare le mot-nombre de l'objet. En effet, elle sépare la quantité de ce qui est quantifié. Elle a conscience de la quantité. Ceci nous montre qu'elle est en voie d'acquisition du concept nombre. Elle

arrive à identifier la quantité de manière concrète. Elle donne une définition correcte de la quantité avec ses propres mots.

- ◇ Dans l'extrait suivant, un élève utilise une expression particulière pour exprimer la notion de quantité.

Extrait R : entretien du 25 janvier – Tâche 1 niveau 1

J : ça c'est la plus grande (rire) (Il montre du doigt le cornet de glace portant le nombre 12)

E : Et pourquoi c'est la plus grande ?

J : Parce qu'elle a le plus de nombre.

E : Ha

J : Et comme elle a le plus de nombres, elle a le plus de ronds.

E : ok et qu'est-ce que ça représente pour toi le nombre ?

J : Hein ? (Silence pendant 3 secondes)

E : Le nombre, comme tu m'as dit. Par exemple, le 12. C'est quoi pour toi ?

J : (silence de 3 secondes) le 12 ?

E : oui, à quoi il sert le 12, ou le 2 ou le 7 ?

J : Ha, ça sert à compter, à apprendre à compter.

E : Ha et ça te sert à quoi d'apprendre à compter ?

J : J'sais pas. Euh ... Ptêtre pour euh ... comment dire ? Euh... Je sais pas en fait. (Il regarde dehors.)

- ➔ L'élève utilise une syntaxe où on attendrait justement « quantité » ou « unité ». Il aurait peut-être un début de représentation du nombre comme une quantité mais en utilisant le mauvais terme. Les difficultés se situeraient peut-être ici sur le langage.

- *Les fonctions du nombre*

- ◇ À la question « ça représente quoi le nombre pour toi ? », d'autres élèves répondent tout à fait autre chose et partent vers les fonctionnalités du nombre.

Extrait S : entretien du 25 janvier – Tâche 1 niveau 1

E : C'est quoi le nombre pour toi ?

M : Euh ... j'sais pas.

E : On a tout notre temps, réfléchis un peu. Que représente le nombre pour toi ?

M : Euh... pour calculer ? Ha non, pour compter. En fait non, les deux.

- ➔ La majorité des élèves ont défini le nombre par ses fonctions et non par la quantité qu'il représente. Il sert à compter, calculer, à apprendre les mathématiques. Cela questionne sur les méthodes pédagogiques, ils font des exercices pour faire. Mais entre le contexte scolaire et la vie quotidienne, aucun lien n'est créé.

IV. Discussion

A. Question et sous-questions de recherche

Revenons-en à ma question initiale qui était : « **Identifier les facteurs entraînant des difficultés en mathématiques chez l'élève permet-il à l'enseignante spécialisée de les faire progresser rapidement ?** »

Cette recherche n'apporte pas une réponse tranchée. Elle n'est pas nette et claire ! Je dirais que c'est nuancé en fonction de nos croyances, expériences et vécus pédagogiques. Ce qui est sûr c'est qu'elle a permis d'identifier plusieurs facteurs dont je ne soupçonnais pas l'existence. Je vais les décrire plus précisément par la suite. Maintenant, est-ce que les identifier permet de faire progresser les élèves ? Je pense que connaître ces facteurs dans son rôle d'enseignant spécialisé permet :

1. De contribuer à leur développement du concept, au cours même des entretiens, par le simple fait de s'intéresser et de faire expliciter aux élèves leurs conceptions et manières de travailler et penser. De plus, toutes ces observations, ces analyses, ces réflexions autour des tâches effectuées lors des entretiens m'a conforté dans l'idée que concevoir et choisir des tâches qui révèlent à l'enseignante et aux élèves, les manques, les lacunes, les malentendus, les facteurs externes, etc. aiderait les élèves à avancer.
2. De mieux situer l'élève dans sa zone proximale de développement et donc de lui apporter un « dispositif » pédagogique qui lui correspond. Si cet apprentissage est adapté à sa portée, je pense qu'il progressera davantage que s'il reste bloqué sur des exercices beaucoup trop difficiles ou même sur des exercices bien trop simples parce qu'on l'aura sous-estimé. L'extrait suivant appuie mon constat.
« ... ce que l'on appelle la zone proximale de développement. Il s'agit de la distance repérable entre ce que l'enfant peut traiter seul, les problèmes qu'il peut résoudre avec ses outils cognitifs du moment (stade de développement actuel), et ce qu'il peut appréhender avec l'aide de médiateurs – un adulte (parent ou enseignant, par exemple) ou des camarades un peu plus avancés – ceci avec des outils cognitifs en devenir, en maturation. » (Curonici, Joliat & McCulloch, 2006, p.129).

De cette question de départ en découlaient des sous-questions :

- **Les élèves ayant des difficultés en mathématiques, sont-ils des enfants compteurs ?**

D'après toutes les données, la plupart des élèves recomptent depuis le nombre 1 et de un en un pour réaliser correctement la tâche 1. Les trois élèves qui ne le font pas, ont clairement acquis le concept nombre. Par contre, les autres semblent être des enfants compteurs. Maintenant je ne sais pas s'ils sont bloqués à cela ou si c'est une étape par laquelle ils passent pour avancer vers la notion de quantité.

- **Les élèves en enseignement spécialisés respectent-ils les stades de développement de Piaget en fonction de leur âge ? Existe-t-il des incohérences ?**

Pour répondre à cette question, j'ai utilisé un tableau comparatif. J'ai attribué à chaque élève une étape de progression de comptage en tenant compte des données des entretiens mais aussi en m'appuyant sur les connaissances que j'ai à ma disposition sur l'élève. Ensuite, j'ai indiqué dans la colonne d'à côté, le stade dans lequel devrait se trouver l'élève dans son développement.

Tableau 10 : Stades de développement

Élèves	Âge	Étapes de progression du comptage	Stade extrapolé à partir de l'âge, selon les travaux de Piaget
Élève 1	8 ans	1	3
Élève 2	8 ans	1	3
Élève 3	12 ans	2-3	4
Élève 4	12 ans	3	4
Élève 5	13 ans	3	4
Élève 6	13 ans	5	4
Élève 7	14 ans	3	4
Élève 8	14 ans	3	4
Élève 9	14 ans	3	4
Élève 10	14 ans	5	4
Élève 11	14 ans	5	4
Élève 12	16 ans	3	4

On remarque clairement que c'est l'étape de progression 3 qui domine ce tableau. On aperçoit également un décalage régulier majoritairement d'une seule étape et par moment de deux. On peut aussi remarquer que l'étape 4 n'est acquise uniquement que par trois élèves. De nombreuses causes peuvent être la source de ce retard local sur ce point précis. Il en existe énormément. Là n'est pas la discussion à mener. Je dépose ce tableau ici pour répondre à cette sous-question qui était à la base une question attendant une réponse très concrète voire même fermée. Il n'y a pas d'incohérence, et si on laisse de côté la chronologie (Piaget n'a jamais prétendu que les âges donnés étaient fixes et les mêmes pour tous) la *séquentialité* du développement (ce qui vient avant – comme le comptage - et ce qui vient après – le concept) est utile à l'enseignante !

Cette sous-question m'a amené à quatre constats :

1. Premièrement, beaucoup aurait peut-être pu répondre à cette question sans faire cette recherche. En effet, les élèves en enseignement spécialisé ont cette étiquette « d'élèves en retard ». Mais qu'est-ce qui nous dit qu'un élève en retard dans le programme scolaire est en retard dans son développement ? En outre, évaluer un retard développemental général et faire le diagnostic précis relatif au concept du nombre ne donne pas forcément le même résultat. C'est pourquoi, il était important pour moi de poser ça.
2. Deuxièmement, cette question m'a permis de m'interroger : où en sont les élèves par rapport au stade de développement selon Piaget ? Et cela m'a apporté beaucoup de

réponses pour situer les élèves dans leurs apprentissages. Certains sont cachés dans des difficultés et nous ne remarquons pas qu'ils sont plus capables qu'ils n'y paraissent.

3. Troisièmement, il y a la question des tâches : en changeant de tâche, et en les choisissant opportunément, les compétences des élèves sont mises en avant. Les élèves réalisent les tâches en utilisant ses savoirs et savoir-faire. Ainsi, l'enseignant perçoit les compétences sous un autre angle.
4. Quatrièmement, voici la réponse positive que ce tableau apporte à l'hypothèse sur la stagnation des élèves au stade 3 : la majorité des élèves est située à l'étape de progression 3 qui correspond au stade 3 de Piaget. De nombreux facteurs interfèrent dans la transition des élèves à passer du stade 3 au 4, notamment la difficulté du passage du concret à l'abstrait. Un grand nombre d'élèves sont à l'étape de progression 3 qui correspond à la sériation et la classification. Par contre, cette étape n'est pas totalement acquise mais elle est plutôt en cours d'acquisition. On remarque bien cela lors des entretiens lorsque les élèves remettent les cornets de glace dans l'ordre. Il serait alors là intéressant de découvrir comment aider les élèves à passer à l'étape de progression 4 qui correspond à la procédure de décomposition-recomposition.

- Les élèves ayant des difficultés lors des résolutions de calcul se représentent-ils le nombre dans sa cardinalité ?

L'élève ne se représentant pas le nombre dans sa cardinalité éprouve des difficultés dans sa résolution de calcul. Ce constat est clair. Toutes les données appuient cette réponse. En effet, chaque fois qu'un élève avait des difficultés pour résoudre le calcul, en ne prenant en compte aucune autre difficulté, c'est qu'il n'avait aucune notion de quantité. Il est clair que certains élèves pallient cette notion manquante par des procédures apprises, mais parfois cela n'est pas suffisant, ce que l'absence de consigne rend particulièrement visible. Cette dernière pourrait être un outil intéressant à exploiter, son avantage est qu'il serait simple à construire et mettre en place.

- Qu'est-ce que le nombre représente pour ces élèves en difficultés ?

Cette sous-question a déjà été prise en compte dans la partie précédente de la catégorie E. La plupart des élèves n'associent pas le nombre à une quantité. Les élèves n'utilisent pas non plus ce terme. Les nombres sont pour eux un moyen de calculer et compter. Encore une fois, les liens entre la vie quotidienne et le contexte scolaire sont minces. La prépondérance du langage se manifeste par le fait que c'est dans l'usage des chiffres et autres symboles mathématiques que les élèves rencontrent le moins de problèmes. Un élève va même jusqu'à expliquer, en prenant l'exemple de la signalisation routière, la fonction sémiotique des chiffres en lieu et place de penser le *nombre*. Il semblerait donc que pour les élèves on apprend le calcul comme un exercice symbolique, sans lien avec les quantités concrètes.

- **L'appropriation de procédures – même sans les comprendre – leur permet-elle de s'acheminer vers la conceptualisation ?**

Même si l'élève s'était approprié des procédures qui lui permettent de répondre correctement à un calcul - comme cet élève qui prend le plus grand nombre et puis ajoute l'autre à l'aide de ses doigts - l'élève n'en comprend pas le sens. Il suffit de modifier le type de calcul ou la consigne ou tout autre chose, et l'élève aura beau reproduire sa procédure, il n'arrivera pas à résoudre le calcul. Il faut que toutes les conditions de base soient réunies pour que la procédure apprise fonctionne, c'est-à-dire qu'il se trouve *exactement* sur la même sorte de problèmes mathématiques. N'est-ce pas encore plus complexe pour lui d'apprendre ainsi ? Pour effectuer des suites d'exercices identiques (le « drill »), cela peut fonctionner, mais qu'est-ce que cela apporte concrètement ?

Néanmoins, cela peut aussi apporter à l'élève d'autres éléments intéressants si l'on reprend l'exemple ci-dessus : l'élève s'entraîne sur l'ordre des nombres. À force de s'entraîner à ça, il va peut-être acquérir l'ordinalité du concept du nombre, par abstraction, et puis petit à petit se dire que 7 a plus que 4. Ce développement peut conduire à une notion de quantité.

- **Résultats en Lien avec « apprendre par le jeu » qui était ma première motivation de chercheuse.**

Cette autre question de recherche qui m'intéressait est apparue dans mes résultats. Inconsciemment mes activités reflètent cette « manière » d'enseigner par le jeu. Si on reprend les résultats de la tâche 4, on peut s'apercevoir que les élèves ont plus de facilité pour effectuer des opérations dans un contexte moins scolaire. La catégorie C est plus simple à explorer par le jeu, par contre dans la catégorie A l'élève a moins conscience de poser le problème puisque ce dernier sort du contexte scolaire. On pourrait en retirer qu'utiliser le jeu serait intéressant pour certaines catégories. Lesquelles peuvent-elles être exploiter par le jeu ? Je soulève ici uniquement ce qui est en lien avec ce travail. Il serait peut-être intéressant de reprendre le schéma de la résolution de calcul pour le retravailler sur la base du jeu, encore une piste qu'il me tarde d'explorer.

B. Facteurs insoupçonnés

Énormément de facteurs influencent la résolution de calcul chez l'élève. Cette liste de facteurs n'est pas exhaustive et pourrait encore se compléter d'année en année avec l'expérience et la pratique pédagogique. Si on recule d'un pas et qu'on observe ça de manière plus globale, on se rend compte que l'on peut adapter cela à tout exercice et pas uniquement la résolution de calcul. En effet, les nombreux facteurs influençant la résolution d'un calcul peuvent être adaptés pour n'importe quel exercice, dans une autre discipline, comme le français par exemple. Celle-ci, avec les mathématiques, est en fait une des deux disciplines les plus travaillées en école spécialisée.

De ces nombreux facteurs, je vais en ressortir et en expliciter trois qui me paraissent les plus insoupçonnés : l'accueil de la pensée de l'élève, l'espace limitant l'activité et le langage. Mon choix s'est porté sur ceux-ci essentiellement parce qu'ils m'ont permis de modifier mon regard d'enseignante. Je m'expliquerai plus précisément à ce sujet par la suite.

Accueillir la pensée de l'élève

Au lieu d'être dans un cadrage social très contraignant, nous sommes dans l'accueil de la pensée des élèves. Cela paraît banal et pourtant, les réactions des élèves sont intéressantes et nous donnent des informations sur la personnalité d'apprenant et les savoirs de l'élève.

Que ça soit de la manière dont l'activité est interprétée par l'élève ou de la manière dont elle est pensée par l'enseignant, si le but est le même, pourquoi ne pas laisser l'élève libre de ses interprétations ? Cette absence de consigne n'a pas seulement révélé le côté « créatif » des élèves, elle a aussi permis d'aller plus loin dans leur perception du nombre. S'ils nous fournissent leurs représentations mentales sur le nombre, on peut les utiliser pour comprendre quelle place le nombre occupe pour l'élève. Et de cette manière, il est plus facile d'aider l'élève en le situant dans sa zone proximale de développement quant au nombre. Un élève qui interprète ses activités à sa manière nous donne les informations qu'il a emmagasinées sur le nombre et nous donne donc par la même occasion ses savoirs le concernant.

- ➔ Prenons comme exemple l'extrait de l'entretien du 29 janvier, celui où l'élève interprète l'activité sous forme de jeu avec des chercheurs d'or. Cette liberté d'interprétation, nous donne comme information que cet élève arrive à se représenter le nombre cardinal. En effet, il a la notion de quantité et il nous le prouve par la cohérence des explications ainsi que la logique de celles-ci, étapes que l'on atteint au dernier stade de développement selon Piaget. Pour lui la tâche devient du coup trop facile. Il l'enrichit donc d'un défi supplémentaire : celui du partage du travail entre les chercheurs d'or.

Ainsi, s'approprier le matériel donne à l'élève la possibilité de montrer ses compétences. Il va mettre en avant ce qu'il sait faire et comment il sait le faire. Il est essentiel de rebondir sur ses acquis et de s'y appuyer pour construire un nouvel apprentissage. Valoriser ses compétences acquises permet de mettre l'élève en confiance. Et cette confiance est une base solide pour que l'élève livre ses pensées et représentations. D'un autre point de vue, c'est aussi intéressant de leur donner cette liberté de penser, surtout en enseignement spécialisé, puisqu'ils ont souvent des problèmes de confiance en eux.

Cette absence de consigne n'a pas mis en avant que du positif. En effet, lorsque j'observe le grand nombre d'élèves complètement bloqués face à cette liberté d'interprétation, je me rends compte que ces jeunes sont habitués à fonctionner de la sorte depuis toujours, certains attendaient même que je leur donne la consigne. Comme si cela allait de soit.

Les élèves semblent suivre un conditionnement à force d'avoir fait des exercices sans cette liberté d'interprétation. Lorsque je n'ai pas donné de consignes, je me suis aperçue que cela

en gênait une grande majorité. En effet, je cassais le schéma habituel où l'enseignant donne une consigne et l'élève obéit.

« La question du sens des apprentissages scolaires apparaît dans le souci des auteurs concernant les connaissances enseignées et apprises à l'école, qualifiées d'« inertes » si elles ne peuvent pas être réutilisées dans des contextes extrascolaires. Afin de promouvoir des apprentissages plus « robustes », il s'agirait de promouvoir des situations authentiques en classe qui revêteraient des caractéristiques proches des situations du monde extrascolaire (Brown et al., 1989 ; Collins, Brown & Newman, 1989), surtout dans leur fonctionnement interactif et social et dans l'usage des ressources contextuelles comme le souligne Allal (2001). Le but est de favoriser la construction d'apprentissages dont la finalité ne serait pas exclusivement rattachée au contexte scolaire. » (Resnick, 1987, cité par Mottier Lopez & Allal, 2017, p.63).

Cet extrait appuie cette idée de conditionnement scolaire qui enferme l'élève dans des situations d'obéissance, où sa pensée est mise au service de tâche dont il ne comprend pas les enjeux. En sortant du contexte scolaire, l'élève est perdu et ne sait que faire dans des situations extrascolaires. Cela est inquiétant puisqu'à un moment donné cet élève deviendra un citoyen sans contexte scolaire sur lequel s'appuyer.

Cependant, trop de liberté peut entraîner un sentiment d'angoisse face à l'inconnu, de ne pas savoir que faire et comment. Je n'ai jamais insisté pour que les élèves utilisent ce matériel comme des cornets de glace ou des boules de glace. Mais les élèves semblaient toujours bloqués dans cette activité. Elle était tellement libre qu'elle les enfermait dans une sorte de « peur » de tenter quelque chose. Ils n'osaient rien et cela entraînait même parfois un blocage. J'y vois ici un second lien avec la confiance en soi. L'extrait qui suit appuie ce fait :

« Il y a des élèves si convaincus qu'ils sont « nuls » à l'école qu'ils passent leur temps à mettre en scène leur échec, ceci malgré des efforts parfois impressionnants de leurs enseignants pour les convaincre du fait qu'ils sont valables, intelligents, capables de réussir... (Curonici, McCulloch, 1997). » (Curonici, Jolliat, McCulloch, 2006, p.95)

L'espace limitant l'activité

Cette gestion de l'espace a été un élément révélateur. Mes résultats montrent à petite échelle deux constats :

- Premièrement, l'espace engendrerait des conséquences sur l'apprentissage ;
- Deuxièmement, la manière de gérer l'espace nous donne aussi un aperçu de ce qui est acquis ou non par les élèves.

Je compare cela à une sorte de photographie des capacités à l'instant présent. Je développe ces deux points dans les paragraphes suivants.

Le premier constat

Plusieurs élèves se limitent dans leurs apprentissages à cause de l'espace qu'ils ont à leur disposition. Ils utilisent une infime partie de la table sur laquelle se déroule l'activité, alors qu'ils pourraient clairement utiliser l'ensemble de la table voire même le sol, une autre table..., un tas d'autres solutions se trouvaient à leur disposition pour résoudre ce souci. Et pourtant, ces élèves ne les utilisaient pas. J'y vois ici plusieurs causes qui pourraient en être la source comme un problème de vue, des difficultés visuo-spatiales ou encore des limites qu'ils s'imposent de peur de ne pas respecter « les normes scolaires », c'est-à-dire l'habitude de ne faire que ce qu'ordonne l'enseignant et rien d'autre. Je définirais cette dernière raison par toutes les règles de classe à respecter d'une année à l'autre. Le système scolaire éduque les élèves à respecter des règles de classe, de vie, de communauté... L'élève est peut-être enfermé dans ces règles. Comme par exemple : « Il faut respecter le matériel de la classe, tu dois rester à ta place et laisser de la place à ton voisin de table. ». Ce respect de la place est tout à fait légitime mais il est possible que l'élève y reste bloqué et le généralise à l'activité intellectuelle toute entière et il ne s'y retrouve plus dans ce qu'il peut faire ou non. Par conséquent, il n'ose pas utiliser plus que l'espace qu'il a devant lui. C'est prévisible que l'activité prenne une telle place pour l'enseignant, mais pour certains élèves c'est loin d'être aussi évident. Certains élèves n'ont aucune anticipation du déroulement de l'activité dans son espace. J'observerai donc la gestion de l'espace effectuée par les élèves comme un éventuel indice de leur activité de résolution de calcul.

Le deuxième constat

L'organisation de la pensée se reflète dans l'espace et apporte des réponses quant à où en est l'élève dans son appropriation du nombre. L'organisation de l'élève dans l'espace, son organisation également sur sa feuille nous éclaire sur le « processus » de sa pensée ! L'élève va s'organiser d'une manière lorsqu'il va résoudre le calcul ou l'activité. Cela nous donne des indices à propos des éléments avec lesquels il est au clair. Si pour lui le concept de nombre est acquis, il sera tout à fait au clair dans son organisation. Qu'elle soit désordonnée ou non. Il s'y retrouvera et pourra nous donner des explications logiques à son organisation de penser, d'écrire, d'utiliser ses doigts ou autres procédures ... Souvent, lorsqu'un élève est perdu et bloqué sur un calcul, en prêtant attention à son organisation, celle-ci est floue, incomplète, voire inexistante. Je trouve que ce point est une nouvelle piste à explorer et peut aussi nous apporter des éléments de réponses sur la manière de repérer les difficultés de l'élève, pour intervenir sur ce qui pourrait entraver son chemin vers sa conception du nombre.

Par contre, il faut aussi souligner que ce n'est pas parce que ce n'est pas rangé et tout, est dans un apparent désordre, que l'élève n'est pas organisé et ne s'en sort pas. Justement, son désordre lui convient peut-être. Tant qu'il s'y retrouve dans sa manière d'organiser, c'est le plus important. Cela ne sert en rien à lui enseigner une manière de s'organiser, s'il a déjà la sienne. À part le perdre, nous n'y gagnerions rien. Si on impose l'obéissance ici, encore une fois, on risque de chasser la pensée du même geste. C'est pourquoi c'était vraiment intéressant d'observer toutes ces techniques d'organisation dans l'espace. Le fait de ne pas en avoir imposé une particulièrement, m'a permis de leur laisser cette liberté même si pour certains cette liberté les a bloqués et était un obstacle à l'apprentissage. Ils ne savaient pas comment

placer le matériel et surtout avaient peur de mal faire. C'est de nouveau cette peur de mal faire qui intervient. Il est évident ici que la place de l'erreur doit être évoquée !

Le langage

Tout au long de ma recherche, la frontière entre les mathématiques et le français devenait de plus en plus mince, voire inexistante. En effet, en tenant compte des données, le langage occupe une place essentielle dans les apprentissages des mathématiques. J'ai mené deux réflexions autour du langage, elles ne sont pas terminées mais elles permettent d'ouvrir d'autres horizons. C'est pourquoi je vais les déposer dans les points suivants.

Première réflexion

1. Il faut être attentif au langage utilisé lors des transmissions de consignes. Si l'élève ne comprend pas ce qui est demandé dans l'activité, il sera impossible pour lui de l'effectuer. De même que si l'élève ne comprend pas le sens de l'activité, il n'y arrivera pas non plus. L'échec est alors rédhibitoire dans ces cas de figure.

Deuxième réflexion

2. La communication utilisée lorsqu'on dialogue avec un élève a des conséquences sur ses apprentissages. Lorsqu'on discute avec un élève, on entre en relation. On crée du lien. Et ce lien est essentiel au bon déroulement de l'enseignement.

J'ai fait le choix de ne pas développer davantage ces réflexions parce qu'elles reflètent à elles-seules des sujets de recherches. Mais je tenais quand même à les déposer ici. Parce que c'est grâce à ma recherche que j'ai pu dégager ces réflexions et il y aurait encore beaucoup à dire autour de cela. Cette recherche m'amène à un changement de point de vue et une remise en question continuelle de ma pratique.

Ces différents résultats montrent que les hypothèses de cette recherche semblent cohérentes, essentiellement au sujet de l'aspect cardinal et ordinal du nombre : l'élève ayant acquis l'aspect cardinal et ordinal du nombre a acquis le concept nombre. Par contre, s'il n'a que l'aspect ordinal, il n'a pas acquis le concept. Néanmoins, l'hypothèse de départ manque de précision. Si on reprend le schéma de la résolution de calcul (voir figure 3, p.22), l'élève qui est à l'aise dans chaque catégorie, aurait acquis le concept nombre. Ce qui est certain c'est que si on arrive à situer l'élève dans les différentes catégories, cela permet de trier les informations que l'élève nous donne. C'est souvent compliqué de trouver quelles sont les difficultés de l'élève. On prend souvent beaucoup de temps pour l'évaluer et comprendre ce qui ne va pas. Ce schéma permet de gagner du temps sur ce terrain-là. En effet, il permet de se poser les bonnes questions et de cibler qu'est-ce qu'il faut observer. Par contre, l'élève ayant des difficultés dans une des catégories ne veut pas dire qu'il n'a pas acquis le concept nombre et inversement. L'élève qui semble jongler avec toutes les catégories n'a peut-être pas acquis le concept nombre.

Ces facteurs insoupçonnés amènent tous vers une nouvelle direction et m'offre de nombreuses pistes à explorer. Je terminerai par ce lien assez discret, mais présent, entre ces facteurs insoupçonnés : le lien à la pensée de l'élève. En voulant approfondir ce sujet, j'ai trouvé un nouveau mot-clef : l'empêchement de penser.

« **L'empêchement de penser** est marqué par un évitement systématique du temps de réflexion lié à l'apprentissage. **C'est une défense utilisée dès le plus jeune âge par les enfants qui ne sont pas armés pour supporter les contraintes de l'apprentissage.** En sacrifiant le retour à eux indispensable pour chercher et construire, ils se protègent contre le moment du doute qui les déstabilise.

Cet évitement se fait avec des stratégies très diverses qui peuvent à la fois toucher le comportement, le fonctionnement intellectuel et les stratégies d'apprentissage. La passivité, l'agitation, l'inhibition, la rigidité mentale, le conformisme, la vivacité excessive, les troubles de l'attention... étant les moyens les plus répandus pour court-circuiter le temps réflexif. » (Boimare, 2019, p. XIII).

Ce nouvel élément est pour moi l'aboutissement de cette recherche. Ce lien à la pensée de l'élève est souvent mis en avant dans cet écrit. L'empêchement de penser permet d'expliquer beaucoup de comportements et de difficultés des élèves face à leur conception du nombre. Tous ces blocages, ces silences, ces « je ne sais pas » ... sont des effets secondaires de ce principe d'empêchement de penser. Ce système de défense mis en place par ces élèves est impressionnant. Ils le mettent automatiquement en marche dès qu'une peur, un doute, un manque de confiance, une émotion particulière face à un exercice difficile apparaît. C'est à nous d'être attentif et de travailler sur cela.

Finalement tout cela mène à penser que l'élève a des difficultés qui sont parfois bien complexes à cerner. Après ce large panel de facteurs pouvant entraîner des difficultés, je me rends compte qu'un bon nombre de choses ne dépendent pas de nous. Observer est une force pour l'enseignant à ne pas sous-estimer. Elle permet de situer l'élève dans ses apprentissages et d'essayer de comprendre ses difficultés, ce qui modifie mon regard sur le rôle d'enseignante spécialisée, ce rôle me semble consister, en priorité, à accueillir l'élève avec ses difficultés et lui donner les armes nécessaires pour les combattre.

Conclusion

Les résultats obtenus par cette recherche apportent une réponse nuancée et peu complète. À la question de départ : « *Identifier les facteurs entraînant des difficultés en mathématiques chez l'élève permet-il à l'enseignante spécialisée de les faire progresser rapidement ?* » on ne peut répondre ni par oui ni par non. Les résultats montrent énormément de facteurs qui influencent les difficultés en mathématiques des élèves. La richesse de ceux-ci est la principale surprise de cette recherche. Par contre, je ne peux que soumettre l'hypothèse que connaître ces facteurs permet de les faire progresser. Ma recherche n'a pas permis d'évaluer la progression des élèves, notamment en raison de sa durée limitée. Néanmoins, je perçois différemment ce qu'il faut observer et évaluer chez eux pour cibler le travail à leur fournir dans le but de leur permettre de progresser. C'est un pas en avant vers la progression de l'élève qui est soulignée ici. **Si l'enseignant spécialisé cible les difficultés que l'élève rencontre lors d'une résolution de calcul, il pourra plus facilement lui donner les outils nécessaires pour résoudre des calculs en palliant à ses lacunes.**

Par conséquent, **l'élève évoluerait dans sa conception du nombre, voire même dans ses apprentissages au sens plus global, si l'enseignant spécialisé connaît ses difficultés précises.** Par contre, la vitesse n'est pas un élément que je peux évaluer. Une des limites de ma recherche à souligner est bien celle-ci. J'aurais aimé avoir plus de temps pour m'entretenir avec plus d'élèves et avoir des résultats peut-être plus précis et surtout des évaluations sur le temps pour permettre de prouver cette progression. De plus, il a été parfois compliqué de pouvoir réaliser toutes les tâches par tous les élèves à cause des circonstances sanitaires actuelles, de nombreux élèves ont été absents et n'ont donc pas pu effectuer toutes les activités. Cette recherche se base sur une douzaine d'élèves. Ce qui est un échantillon assez mince, c'est pourquoi il ne faut pas prendre ces résultats pour en faire des généralités. Certains entretiens ont fait naître des idées, des nouveaux chemins à parcourir voire même de nouvelles pistes à suivre.

J'appréhendais cette recherche, plusieurs moments de doutes et de remises en question sur ma pratique sont venus entraver le cheminement de ce travail pour finalement en arriver à modifier mon regard sur le concept du nombre. Ce dernier était pour moi banal et une matière des plus simple à transmettre. Après avoir effectué tous ces entretiens, je me suis rendue compte qu'énormément de difficultés gravitaient autour du nombre. Et surtout, que la conception du nombre ne s'acquière pas aussi rapidement qu'une comptine pour apprendre à compter jusqu'à 10. Cela prend du temps et aller au rythme de l'élève est essentiel en enseignement spécialisé.

J'ai utilisé un schéma sur lequel je me suis basée en gardant comme élément central : le concept nombre pour répondre à toutes les étapes de cette recherche. Ce schéma m'a permis de voir la résolution de calcul de manière plus globale. Ainsi, j'ai pu toucher des champs tout autre que les mathématiques en elles-mêmes, mais en restant bien en lien avec celles-ci. C'est pour cette raison que je souhaite, par ce travail, montrer une vision plus globale des difficultés en mathématiques. Cette vision peut amener à positionner différemment son regard d'enseignant spécialisé et peut-être à se questionner sur notre pratique.

Les résultats de cette recherche apportent énormément de pistes à exploiter pour aider l'élève à s'approprier le nombre, notamment, être attentif au langage et au dialogue qu'on utilise avec l'élève. Il faut aussi souligner l'idée que la gestion de l'espace peut être un frein à l'apprentissage. Un élément ressort plus que les autres : **le lien à la pensée de l'élève**. L'élève est constamment confronté à des consignes qui se ressemblent et qui lui disent exactement quoi faire. Et si ce n'est pas la consigne, c'est l'enseignant qui dit à l'élève quoi faire et comment le faire. Il serait alors plus intéressant d'accueillir la pensée de l'élève en le confrontant à des activités, on le confronte à ses savoirs et savoir-faire. Cela nous donne clairement une évaluation des capacités de l'élève. Et si on sait ce qu'il sait faire, on sait ce qu'il va être capable d'apprendre par la suite et donc le situer correctement dans sa zone de développement. Les résultats vont dans ce sens. **Ils montrent combien les interprétations sociales des activités par l'élève sont déterminantes dans ce qu'il va produire au niveau intellectuel.**

Effectivement, lors de l'absence de consigne, les élèves demandaient ce qu'ils devaient faire pour « bien faire », pour « satisfaire l'enseignant », pour « faire plaisir », ... en résumé pour répondre aux attentes de l'école, voire de la société ! Ils ne nous montrent pas tout ce qu'ils sont capables de faire. Ils s'exécutent et parfois se bloquent et ne veulent pas. Parce que finalement où en est le sens pour eux ? Quel lien créent-ils avec la vie quotidienne ? Ils ont énormément de difficultés pour sortir du contexte scolaire et faire le lien avec la « vraie vie ». Nous nous efforçons de tout adapter pour ces élèves afin de pallier à leurs difficultés et après, une fois en dehors de ce contexte scolaire qui s'est continuellement adapté, ils sont devenus des citoyens insérés dans un *autre* système, sans aucune adaptation. L'élève doit apprendre par lui-même et utiliser son système de pensée. « L'empêchement de penser » est une piste que je compte bien suivre après cette recherche. C'est un élément révélateur qui m'a apporté beaucoup de réponses à toutes mes inquiétudes et m'a permis de me rapprocher des besoins de l'élève. J'ai modifié mon regard d'enseignante spécialisée. Je l'oriente maintenant différemment. **Orienter mon regard ailleurs sur des éléments plus déterminants pour l'apprentissage est une nouvelle devise.** C'est de cette manière que cette recherche m'a donné la chance de redécouvrir les élèves alors que je pensais déjà les connaître. Je n'imaginais pas que cela pouvait changer ma pratique professionnelle.

Prendre le temps d'observer est une richesse que tout pédagogue se doit d'accomplir à un moment donné. Prendre ce recul sur les situations les plus problématiques permet de porter un regard sur des faits dont on n'a même pas connaissance. On ne se rend pas compte de tout ce qui se joue dans un simple exercice de résolution de calcul. Et pourtant, même si j'avais conscience de cela, j'ai été étonnée de voir ce qu'un simple calcul peut faire ressortir chez l'élève. Il nous permet de l'évaluer et de l'appivoiser de manière indirecte. Je terminerai, ici, avec le premier élément qui a toujours été essentiel à mes yeux de praticienne, c'est la relation pédagogique. Le lien que je crée avec les élèves est une base solide sur laquelle je m'appuie pour enseigner. Il me manquait "le que faire après avoir créé du lien" et je pense avoir trouvé une nouvelle ligne directrice avec ses nombreuses pistes à explorer ! Je termine avec la citation qui suit : elle illustre parfaitement les éléments soulignés à travers ce travail.

“Si l'action ne soutient pas la pensée, la pensée perd son nerf et sa force s'effrite.”

De Fredik Cygnaeux / Pensées éternelles

Bibliographie

Boimare, S. (2019). *Retrouver l'envie d'apprendre : comment en arriver à une école de la réussite pour tous ?* Dunod.

Brissiaud, R. (2003). *Comment les enfants apprennent à calculer : [au-delà de Piaget et de la théorie des ensembles]* (Actualité pédagogique). Retz.

Brissiaud, R. (2007). *Premiers pas vers les maths : Les chemins de la réussite à l'école maternelle*. Retz.

Butlen, D. (2007). *Le calcul mental entre sens et technique : Recherches sur l'enseignement des mathématiques aux élèves en difficulté, du calcul mental à la résolution de problèmes numériques* (Didactiques. Mathématiques). Presses universitaires de Franche-Comté.

Charnay, R. (2013). *Comment enseigner les nombres entiers et la numération décimale ? : de la PS au CM2*. Hatier.

Curonici, C., McCulloch, P., & Joliat, F. (2006). *Des difficultés scolaires aux ressources de l'école : un modèle de consultation systémique pour psychologues et enseignants*. De Boeck.

Inhelder, B., & Piaget, J. (1972, 2e ed.). *La genèse des structures logiques élémentaires : classifications et sériations*. Delachaux et Niestlé.

Inhelder, B., Sinclair, H., Bovet, M., & Piaget, J. (1974). *Apprentissage et structures de la connaissance / par Bärbel Inhelder,... Hermine Sinclair,... Magali Bovet,... ; préface de Jean Piaget*. Presses Universitaires de France.

Mottier Lopez, L. & Allal, L. (2004). Participer à des pratiques d'une communauté classe : un processus de construction de significations socialement reconnues et partagées. Dans : C. Moro et R. Rickenmann. (Eds), *Situation éducative et significations (pp.59-84)*. DeBoeck Supérieur.

McCulloch, P. (1994). Le modèle systémique dans le contexte scolaire. *Éducateur magazine*, n°2/99, p.25.

Peacock, F. (1999). *Arrosez les fleurs, pas les mauvaises herbes*. Les éditions de l'homme.

Perraudau, M. (1998). *Echanger pour apprendre : L'entretien critique*. A. Colin.

Piaget, J., & Szeminska, A. (1991, 7e éd.). *La genèse du nombre chez l'enfant*. Delachaux et Niestlé.

Grize, J.-B. & Muller, C. (1974). Langues naturelles, mathématique et réalité. *Bulletin CILA (Commission interuniversitaire suisse de la linguistique appliquée)*, 6-16.

Houdé, O. (2011). Introduction. Dans : Olivier Houdé (éd.), *La psychologie de l'enfant* (pp. 3-20). Presses Universitaires de France.

Hout, A., Meljac, C., & Fischer, J. (Eds) (2005, 2e éd.). *Troubles du calcul et dyscalculies chez l'enfant*. Masson.

Rodriguez, A. (2009). *Enseigner le calcul mental réfléchi* (Guides de poche de l'enseignant). Delagrave.

Sousa, D., Lyons, M., & Sirois, G. (2010). *Un cerveau pour apprendre les mathématiques : Mieux comprendre le fonctionnement du cerveau pour enseigner les mathématiques plus efficacement*. Chenelière Education.

Van Nieuwenhoven, C., & De Vriendt, S. (2010). *L'enfant en difficulté d'apprentissage en mathématiques : Pistes de diagnostic et supports d'intervention*. Solal.

Vilette, B. (1994). Des processus de quantification à la cardinalité. *L'Année Psychologique*, 94(1), 25-43.

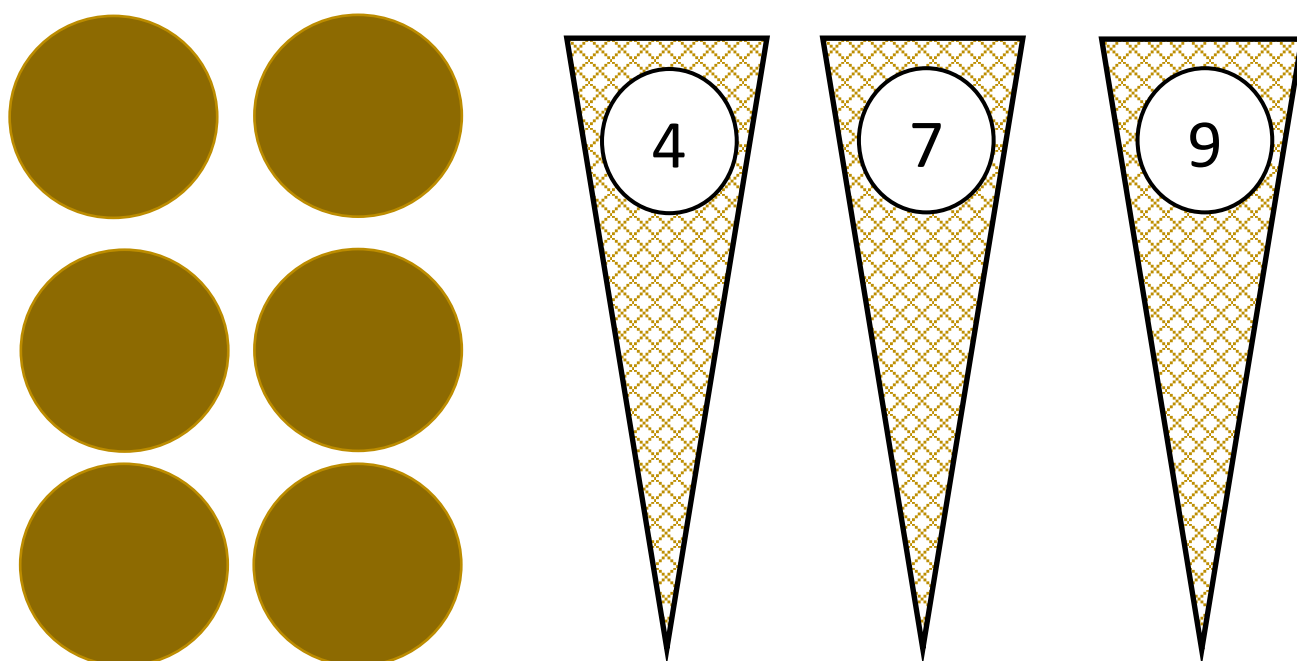
Annexes

Activité 1 : Cornet de glace

1. Description de la tâche :

Elle est élaborée en trois niveaux :

NIVEAU 1 :

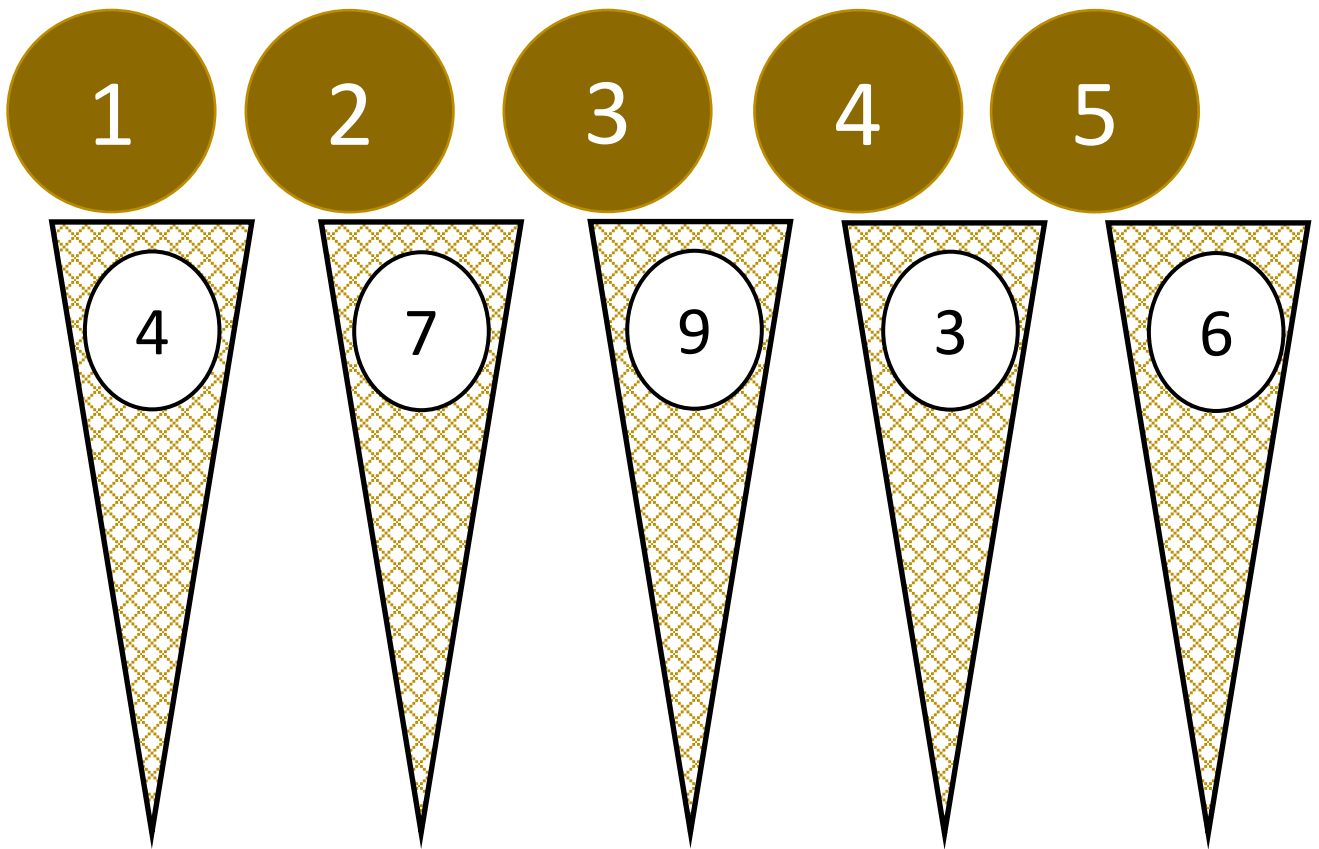


Matériel :

- Les boules de glace sont vierges Il n'y a rien d'écrit dessus. Une boule de glace représente une unité.
- Les cornets de glace où un nombre y sera noté.

L'élève doit superposer le bon nombre de boules de glace sur le cornet correspondant.

NIVEAU 2 :

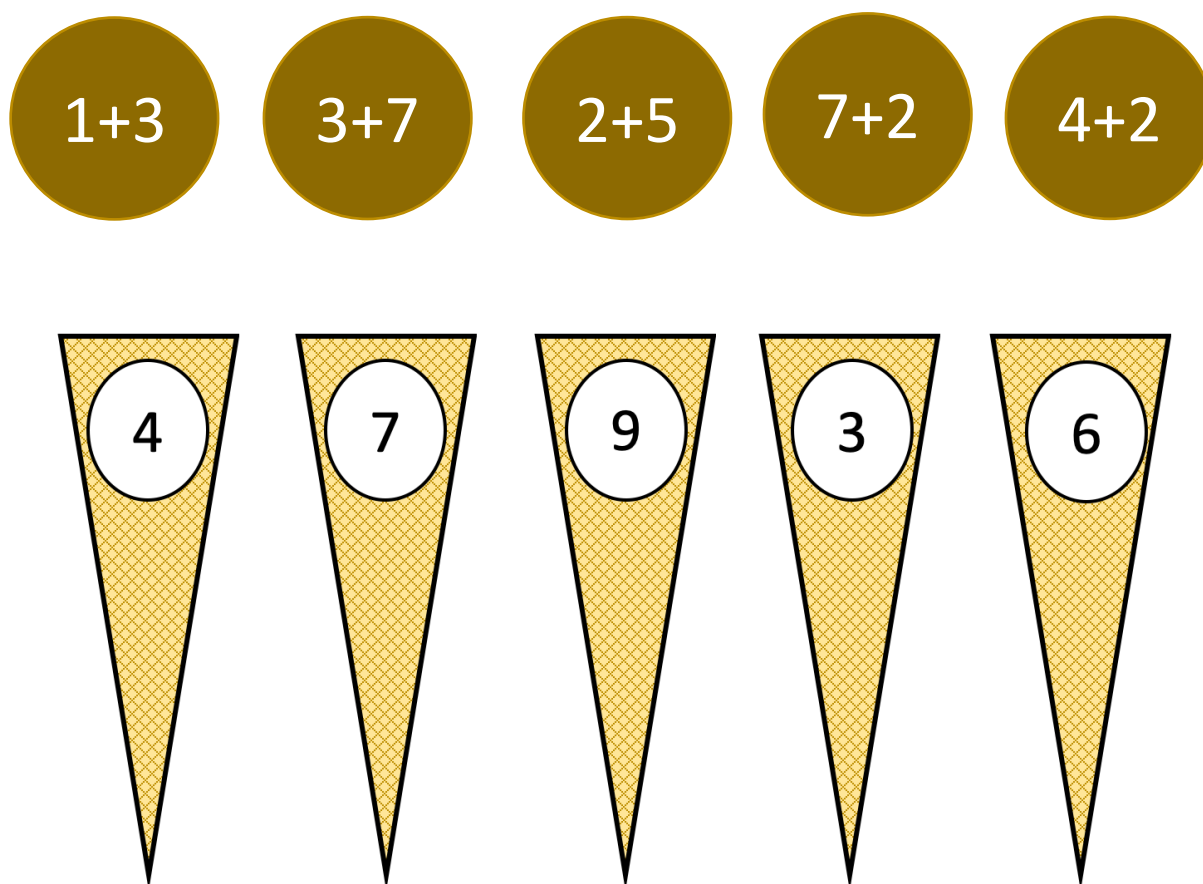


Matériel :

- Les boules de glace sur lesquelles est noté un nombre
- Les cornets de glace où un nombre y sera noté.

L'élève doit associer les boules de glace au cornet correspondant.

NIVEAU 3 :



Matériel :

- Cornets de glace représentant les totaux des additions des boules de glace.
- Boules de glace : sur chacune d'elles se trouve une addition.

L'élève doit associer les bonnes boules de glace à leur cornet correspondant. Plusieurs boules de glace à poser sur les cornets et des additions commutées sont aussi présentes.

Objectif : Travailler l'addition des nombres de 0 à 20 en manipulant

2. Déroulement de la tâche avec le protocole d'entretien

Je vais procéder de la même façon pour les trois niveaux. Par contre, je vais les faire sur des jours différents.

- Accueil de l'élève : « *Bonjour X, comment vas-tu ? Tu te souviens aujourd'hui, nous allons faire une nouvelle activité et je vais la filmer. Mais je ne t'observerai pas toi, je regarderai comment je vais t'aider à réaliser ton activité.* » Pour les niveaux suivants, je dirai : « *Bonjour X, Comment vas-tu ? Tu te souviens, l'autre jour, nous avons effectué une nouvelle activité ensemble ? Tu peux me réexpliquer ce que tu as fait ? Alors aujourd'hui, je te propose une autre activité.* »

- Mise en route et consigne : Je place le matériel sur la table, un peu n'importe comment. Je ne donne pas de consigne. Je lui dis : *« Voilà l'activité, je te laisse faire. Je suis à côté si tu as besoin d'aide. N'hésite surtout pas. D'ailleurs, as-tu besoin de matériel, crayon, gomme, feuille de brouillon, autres ... ? »* Je vais le laisser manipuler le matériel. Et observer ce qu'ils en retirent de cette manipulation.
- Pendant l'activité :
 - Si l'élève ne fait rien pendant plus d'une minute :
 - *« As-tu une question ? Quel est le problème, qu'est-ce que tu dois faire ? »* Si l'élève répond *« je ne sais pas »*, je lui demande : *« Y a-t-il quelque chose que tu n'as pas compris, ou que tu as compris et que tu aimerais partager avec moi ? »*
 - Si l'élève est bloqué ou se trompe :
 - *Comment fais-tu lorsque tu résous un calcul d'habitude ?*
 - *Qu'est-ce qui te pose souci avec ce calcul ?*
 - *Comment pourrais-tu le résoudre ?*
 - *Qu'as-tu besoin pour pouvoir résoudre ce calcul ?*
 - *Que ressens-tu en voyant ce calcul ?*
 - Je donne la consigne suivante si l'élève ne comprend pas l'exercice :

NIVEAU 1 : *« Tu as des boules de glace et des cornets. Sur les cornets, il y a des nombres écrits. Et chaque boule de glace représente une unité ou le nombre 1 si tu préfères. Tu dois mettre le bon nombre de boules de glace sur le cornet en te référant au nombre inscrit dessus. Par exemple, ici, tu as le cornet avec le nombre 2 écrit dessus, tu vas donc mettre deux boules de glace. »*

NIVEAU 2 : *« Tu as des boules de glace avec des nombres écrits dessus et des cornets avec aussi des nombres écrits dessus. Tu dois superposer les boules de glace en les additionnant pour obtenir le nombre écrit sur les cornets qui représente la somme des boules de glace. »*

NIVEAU 3 : *« Tu as des calculs d'additions sur chaque boule de glace et les sommes sont sur les cornets de glace. Tu dois associer les bonnes boules de glace au cornet correspondant. »*

Après ces consignes : as-tu compris ce que tu devais faire ? As-tu des questions ? As-tu besoin de quelque chose pour réaliser cet exercice ?

- Je vais observer les points suivants :
 - *Comment s'organise-t-il dans l'espace ?*
 - *Que va-t-il utiliser pour résoudre les calculs ?*
 - *Je vais remplir la grille d'observation de base (Canevas à la p.85-86)*
 - *Comment sait-il que c'est celui-là ?*
 - *Comment fait-il pour savoir ?*

- Après l'activité :
 - Quand l'élève me dit qu'il a terminé :
 - *Peux-tu m'expliquer ce qu'il fallait faire ? Si tu devais noter la consigne de cette activité, que serait-elle ? ou Si tu devais expliquer l'activité à un copain, que dirais-tu ?* (La question est adaptée de l'âge du jeune)
 - *Donc là, tes boules de glace sont toutes placées sur le bon cornet ?*
 - *J'ai fait ces exercices avec d'autres élèves. Je connais un garçon / une fille qui ne serait pas d'accord avec toi. Que lui dirais-tu pour lui expliquer que c'est la bonne réponse ?*
 - *Que représente le nombre selon toi ?* Je demanderai cela à chaque niveau.
 - *Quel est le niveau de difficulté ? Sur une échelle de 1 à 10 en sachant que 10 c'est presque impossible à résoudre pour l'élève.* (Avec cette phrase, je me permets aussi de contrôler l'aspect ordinal et cardinal du nombre chez l'élève.)

3. Liens avec le schéma :

CATEGORIE A :

Si un élève cherche à assembler les boules et les cornets comme un puzzle, en fonction de la forme du découpage, il ne se pose pas le problème des nombres comme souhaité, par exemple. D'autres interprétations imprévues peuvent apparaître : elles seront décrites dans les résultats le cas échéant.

CATEGORIE B :

Que la consigne soit donnée de manière orale ou écrite, elle ne devrait pas être mal comprise. Puisque le jeu en lui-même est compréhensif une fois que l'on observe le matériel. On voit les additions sur les boules de glace puis les cornets qui représentent les résultats des additions, l'élève devrait déduire assez vite ce qu'il a à faire. Mais il se pourrait que celui-ci ne voit pas le cornet, ni la boule de glace et donc ne fasse pas l'association. Pour certains élèves, une image ou une photo n'est pas toujours vue et perçue pour ce qu'elle est. Notamment chez les TSA, on se rend compte que leur interprétation de certaines images n'est pas du tout en lien avec ce que nous pensiez au départ. Ainsi, il est donc tout à fait possible que l'élève ne voit pas le cornet de glace.

L'élève pourrait peut-être ne pas comprendre que plusieurs boules de glace peuvent être assemblées sur le même cornet. Il serait alors bloqué face à l'activité.

Pas de consignes pour que ça soit le plus libre possible dans la prise de choix que fait l'élève. Ce qui permettrait d'observer :

Adapter pour les plus grands cette tâche avec des plus grands nombres.

CATEGORIE C :

Il est possible que l'élève ne comprenne pas l'opération en elle-même. Celle d'additionner : il ne serait pas arrivé au stade qui lui permettrait de comprendre le fait d'ajouter ou encore de comprendre l'invariance du nombre. Même si l'élève se trouve dans la tranche d'âge où, selon Piaget, il est capable d'atteindre ce stade appelé « opérations concrètes » voire même après 12 ans qui est le stade appelé « opérations formelles », il est aussi plausible que l'élève ait pris du retard sur son chemin de l'acquisition du nombre.

Des boules de glace avec rien : on n'inclurait ici pas la représentation du nombre sous sa forme écrite 1 mais comme quantité en elle-même.

Observer si l'élève associe rapidement les additions commutées ou non. Cela pourrait permettre de voir si l'élève a cette acquisition du nombre ou non.

CATEGORIE D :

- Compter sur ses doigts : Il pourrait être maladroit et ne pas les manipuler correctement.
- Aligner les cornets du plus petit au plus grand.
- Essayer un appariement et se regarder pour voir si c'est juste.
- Il pourrait avoir de mauvaises procédures/habitudes de résolution des additions :
 - Il pourrait réaliser les additions en s'aidant du calcul écrit, mais se tromper dans le processus de résolution du calcul écrit. Il pourrait aussi ne pas noter correctement le calcul et donc ne pas avoir le bon résultat
 - Il pourrait demander à utiliser les jetons, les boules, les allumettes ou autres objets pour s'aider à calculer. Il pourrait se tromper lors de la manipulation de ces objets.
 - Il pourrait aussi utiliser une feuille pour noter, dessiner afin de s'aider dans la résolution du calcul.
- Si l'élève décide de trier les cartes :
 - Il se peut qu'il les trie en créant des catégories qui selon lui vont l'aider à calculer. Peut-être va-t-il assembler les 5 tous ensemble, etc.
 - Il se peut aussi qu'il se mette à les trier en mettant tous les cornets d'un côté et toutes les boules de glace de l'autre. Ce qui serait une bonne organisation. Cependant, il est aussi possible que cela l'embrouille en ayant trop de calculs et d'informations d'un coup, et qu'il bloque sur l'exercice à cause de ça.
 - Il se peut aussi qu'il décide de résoudre une boule de glace l'une après l'autre. Mais lorsqu'il trouve l'égalité d'une boule de glace. Il ne trouve pas le cornet cor-

respondant. En cherchant après ce cornet, il perd la somme qu'il avait trouvée. Il se déconcentre et perd motivation.

Remarques :

Lorsque cette tâche sera effectuée, il serait intéressant d'observer ici dans quel stade et étape se trouve l'élève. Cette tâche pourrait aider à le situer. Il est aussi possible que finalement l'élève compte en utilisant une procédure qui fonctionne et réussisse à effectuer de manière correcte l'activité, mais cela ne voudrait pas dire pour autant qu'il est détenteur du concept nombre. C'est ici qu'il sera alors intéressant de poser des questions pertinentes pour en savoir plus sur ce qu'il se passe dans son organisation.

De plus, s'il fait des erreurs communes et récurrentes, il est aussi intéressant de mettre le doigt dessus et de poser des questions qui permettraient de mieux comprendre son raisonnement. Et ainsi de mieux construire son schéma de résolution.

Tâche 2 : frise des nombres 0-100 et ses sauts d'animaux.

1. Description de la tâche :

Objectif : compter de 2 en 2, de 3 en 3, de 5 en 5 et de 10 en 10. Pour comparer addition et numération, où en est l'élève ?

L'élève écrit sur une ardoise avec un marqueur effaçable. J'entoure sur la frise le nombre de départ. Ensuite, j'indique quel saut il doit réaliser. Il m'écrit 5 nombres consécutifs en respectant le saut. C'est un point par saut. Cette tâche se réalise avec un duo d'élèves. Du coup, il demeure également un esprit de compétition.

Saut du crapaud : +2

Saut du kangourou : +3

Saut du léopard : + 5

Saut avion de chasse : +10

2. Déroulement de la tâche avec le protocole d'entretien

- Accueil des élèves : « *Bonjour X et Y, comment allez-vous ? Vous vous souvenez aujourd'hui, nous allons faire une nouvelle activité et je vais la filmer. Mais je ne vous observerai pas vous, je regarderai comment je vais vous aider à réaliser cette activité.* »
- Mise en route et consignes : j'aurai déjà préparé le matériel à l'avance. Je leur demande ensuite qu'ils s'installent sur une chaise que j'aurai déjà préalablement positionnée en respectant les distances de sécurité (COVID 19). Sur cette même chaise, j'aurai posé une ardoise et un marqueur effaçable, ainsi qu'un chiffon pour permettre d'effacer correctement. Il faut qu'ils aient le matériel à disposition pour être bien accueilli et éviter certains obstacles à cette activité.
 - Pour la première consigne, je dis : « *Nous allons apprendre à compter de 2 en 2, 3 en 3, 5 en 5, 10 en 10. On va faire un petit jeu. Nous allons utiliser une frise de nombres qui va de 0 à 120. Je vais d'abord vous demander de venir la remettre dans l'ordre sur le tableau à l'aide des aimants. Ensuite, je vous explique la suite* ». Je ne donne pas toutes les consignes en même temps de peur qu'ils oublient ou s'emmêlent les pinceaux.
 - Pour la seconde consigne, je dis : « *Maintenant que cette frise est installée, nous allons l'utiliser pour apprendre à compter de 2 en 2, 3 en 3, 5 en 5, 10 en 10. Pour cela, nous allons faire plusieurs petits exercices comme suit : J'entoure un nombre de départ par exemple : le nombre 1 et à partir de ce nombre on réalise un des quatre sauts : Il y a le saut du crapaud +2, le saut du*

kangourou +3, le saut du léopard +5 et le saut de l'avion de chasse + 10. Commençons donc avec le saut du crapaud. C'est quel saut déjà celui du crapaud ? Super, ensuite on commence à partir du nombre que j'ai entouré qui est le 1. Et vous me donnez 5 nombres consécutifs. Donc 5 fois le saut du crapaud. Cela donne quoi ? (J'effectue la réponse au tableau après avoir réceptionné leurs réponses.) 3,5,7,9,11. Voilà donc la réponse que j'attendais de vous. Pour les prochains exercices, vous devrez écrire sur vos ardoises sans que l'autre ne voit et dans le silence. Vous avez tout le temps dont vous avez besoin à votre disposition. Vous devez par contre, m'indiquer lorsque vous aurez fini en fermant votre marqueur pour ne pas déranger l'autre. C'est un point par bonne réponse. Ce sera à vous de calculer vos points. Vous pourrez les indiquer sur votre ardoise. Voilà, avez-vous des questions ? X peux-tu me réexpliquer ce que nous allons faire ? Alors, c'est parti. »

- Pendant l'activité :

Exercice : 2 x chaque saut.

Saut +2 : nombre de départ 2 puis 39.

J'ai pris le 2 en premier pour voir s'ils connaissent de mémoire 2, 4, 6, 8, 10. Si c'est pour eux un automatisme, une série de nombres qu'ils connaissent par cœur. C'est souvent la première série que l'on apprend.

Ensuite, j'ai pris 39. En ayant en tête de travailler le passage à la dizaine supérieure. Pour voir justement, s'ils comptent vraiment de deux en deux.

Saut +3 : Nombre de départ 3 puis 81.

J'ai pris le 3 en premier pour voir s'ils connaissent de mémoire 3, 6, 9, 12, 15 ... Si c'est pour eux un automatisme, une série de nombres qu'ils connaissent par cœur. C'est souvent la deuxième série que l'on apprend.

Ensuite, le nombre 81. Ainsi, j'observe de quelle manière ils effectuent le calcul. Additionnent-ils correctement unité à unité ? Ou l'élève associe la dizaine à l'unité et donc ne connaît pas la position du nombre et l'importance de la respecter.

Saut +5 : Nombre de départ 5 Puis 15 puis 63.

J'ai pris 5 pour la même raison que les autres sauts, vérifier s'ils connaissent les comptines 5, 10, 15, 20, 25...

Ensuite 15, pour vérifier s'ils comprennent que 5 est la moitié de la dizaine et donc peu importe le nombre de départ du moment qu'il termine par 5 ou 0, cela est toujours la même procédure.

Saut +10 : Nombre de départ 10 puis 54 puis 98.

J'ai pris 54 pour la même raison que les autres sauts, vérifier s'ils connaissent les comptines 10, 20, 30, 40, 50 ...

Ensuite 98, pour vérifier la compréhension du passage à la centaine.

- Si l'élève ne fait rien pendant plus d'une minute :
 - « As-tu une question ? Quel est le problème, qu'est-ce que tu dois faire ? » Si l'élève répond « je ne sais pas », je lui demande : « Y a-t-il quelque chose que tu n'as pas compris, ou que tu as compris et que tu aimerais partager avec moi ? »
- Si l'élève est bloqué ou se trompe :
 - Comment fais-tu lorsque tu résous un calcul d'habitude ?
 - Qu'est-ce qui te pose souci avec ce calcul ?
 - Comment pourrais-tu le résoudre ?
 - Qu'as-tu besoin pour pouvoir résoudre ce calcul ?
 - Que ressens-tu en voyant ce calcul ?
- Je vais observer les points suivants :
 - Comment s'organise-t-il dans l'espace ?
 - Que va-t-il utiliser pour résoudre les calculs ?
 - Je vais remplir la grille d'observation de base (Canevas p.85-86).
 - Comment sait-il que c'est celui-là ?
 - Comment a-t-il fait pour savoir ?

En observant leur réponse au fur et à mesure du déroulement de cette tâche, je vais leur poser les questions suivantes :

Comment en es-tu arrivé à ces nombres-là ?

De celui-ci à celui-là, es-tu sûr que c'est le saut demandé ?

3. Lien avec le schéma

Le nombre de départ peut entraîner différentes erreurs. Il peut également faciliter l'exercice. Si le nombre de départ est 10 et que le saut à effectuer est celui de l'avion de chasse. Alors, il sera beaucoup plus simple pour l'élève de compter de 10 en 10. De plus, de manière orale, compter de 10 en 10 à partir de 0 est une comptine que l'on apprend assez tôt. L'élève pourrait juste connaître cette comptine et ne pas avoir comme compétence l'invariance du nombre.

Par contre, si le nombre de départ est 12 et que le saut à effectuer est celui de l'avion de chasse, l'élève pourrait ne pas répondre correctement.

CATEGORIE A :

L'élève note-t-il directement la réponse ou lève-t-il les yeux au ciel ou encore regarde-t-il la frise au tableau ? Que se passe-t-il chez l'élève les premières secondes de sa réflexion ?

S'il note directement sur l'ardoise les réponses, c'est qu'il les a assimilées et qu'elles sont donc en mémoire.

S'il lève les yeux ou regarde sa feuille, c'est qu'il réfléchit et cherche donc une procédure pour résoudre son calcul. Il cherche à raisonner mentalement. Cela voudrait dire que le saut n'est pas en mémoire. Du moins, ce n'est pas un automatisme.

S'il regarde la frise et compte à voix basse, cela pourrait dire qu'il n'utilise pas l'opération d'additions mais celle de numération. Et il serait peut-être un enfant compteur.

CATEGORIE B :

La consigne se donne oralement avec un exemple concret. J'essaie de toucher plusieurs modes de communication afin de voir où se situe la difficulté pour l'élève. Si difficulté il existe dans cette catégorie pour l'élève. À cause de quoi cela ne va-t-il pas ? Est-ce dû à la consigne orale ou écrite ? Ou à un autre fait auquel nous ne pensons pas ?

Il se peut que l'élève ne comprenne pas directement la consigne et se trompe au premier exercice mais celui-ci sera un exercice qui ne compte pas. Ceci, afin de permettre aux élèves de bien comprendre le jeu et d'y participer correctement.

CATEGORIE C :

Deux opérations (voire trois) sont utiles dans cette tâche : le comptage (ajouter à l'emplacement actuel de l'animal un à un les cases du saut, plus facile avec un petit saut) et l'addition (plus facile avec un saut de +10), éventuellement encore la décomposition du nombre pour passer d'une ligne à l'autre (par exemple lors d'un saut de +5 alors qu'il reste 3 cases jusqu'à la fin de la ligne), même si cette dernière manière de faire est moins probable.

Cette tâche demande une acquisition du nombre assez bien ancrée. Celle-ci va permettre de voir si le jeune est capable de composer, décomposer le nombre. Et s'il connaît ainsi l'invariance des nombres.

Puisque dans cette tâche, nous appelons plusieurs compétences de l'élève pour résoudre le calcul, il doit dépasser ses capacités du nombre ordinal et nous pouvons clairement voir, si l'élève est un enfant compteur ou non. Je demande à l'élève de calculer à partir d'un nombre qui n'est jamais 1. Ce nombre sera pris entre 1 et 120. Il ne peut pas commencer à compter depuis le début pour pouvoir calculer. Il doit avoir utilisé l'opération d'additions.

L'élève pourrait aussi effectuer une opération de numération comme compter dans sa tête : l'élève compterait mentalement. Comme ce sont des grands nombres, il pourrait se perdre et se tromper.

Imaginons l'exercice : Départ du nombre 42 avec un saut de léopard +5 :

L'invariance du nombre et sa décomposition entraînent cette capacité de pouvoir dire que :
 $5 = (2+3) = (1+4)$

Jongler de cette manière avec tous les nombres permet à l'élève de réussir son calcul et de ce fait, lui permet de répondre à l'exercice rapidement et avec confiance. Cela se perçoit directement et est donc observable lors de cette tâche.

Si l'élève répond correctement au saut du 10, il se peut qu'il n'effectue aucune opération mathématiques, mais suit une procédure, soit en connaissant la comptine, soit en sautant à la ligne en-dessous (lignes de 10), etc.. En ayant comme nombre de départ 0. Il est possible que cet élève connaisse simplement la comptine par cœur et donc note la bonne série. Il suffit là, d'ajouter une petite difficulté en prenant un nombre de départ plus complexe. Un nombre qui ne fait pas partie directement de la comptine. Comme 53 par exemple.

CATEGORIE D :

- Utiliser la comptine
- Sauter à la ligne en-dessous sur le tableau sur la frise.
- Le comptage avec les doigts : l'élève pourrait avoir des erreurs de manipulation. Il pourrait également utiliser une mauvaise procédure de résolution avec ses doigts. Cependant, cette technique de comptage avec les doigts pourrait bien évidemment être efficace et il pourrait répondre correctement pendant l'exercice.
- Dessiner sur l'ardoise : l'élève pourrait utiliser les outils qu'il a en sa possession pour dessiner des jetons, des traits ou se faire un schéma personnel de l'exercice. Il faudrait pour cela qu'il ait une technique qui fonctionne.
- Compter dans sa tête : l'élève pourrait compter mentalement. Comme ce sont des grands nombres, il pourrait se perdre et se tromper.
- Calcul écrit posé : l'élève pourrait écrire le calcul et effectuer un calcul écrit. Il pourrait se tromper dans la procédure enseignée, en n'alignant pas les nombres de la bonne manière. Il se trompe entre dizaine et unité. Il s'emmêle les pinceaux. Je pourrai recueillir les feuilles de brouillon de mes élèves. Si ceux-ci les utilisent. Et les analyser pour appuyer mes observations. Du moins, si cela est intéressant à partager.

Tâche 3 : Subitizing : traitement des petites quantités

1. Description de la tâche :

Il s'agit d'un jeu nommé : « Halli,Galli ». Je l'ai également réalisé sur 3 niveaux.

- Installation du jeu :

On distribue l'ensemble des cartes de manière égale à chaque joueur.

La sonnette est installée au milieu des joueurs.

- Le but du jeu : Avoir le plus de carte. Celui qui a toutes les cartes remporte la partie.
- Règle du jeu :

Avant de commencer la partie on désigne **le nombre roi** de cette partie. Ce nombre est situé entre 1 et 5. Chaque joueur retourne une carte de son tas à tour de rôle. Une fois que le nombre roi apparaît sur l'une des cartes des joueurs, il faut sonner. Celui qui sonne remporte toutes les cartes.

NIVEAU 1 : Les cartes sont uniquement des dessins de fruits : banane, fraise, raisin, cerise.

NIVEAU 2 : Les cartes sont des dessins de fruits idem que le niveau 1 et des constellations.

NIVEAU 3 : Les cartes sont des dessins de fruits, des constellations et des nombres écrits en chiffres.

Il y aura aussi des cartes avec une étoile dessus. Si cette carte apparaît, ils devront sonner le plus rapidement possible. Le premier qui sonne remporte toutes les cartes retournées du jeu.

Objectif de ce jeu : Travailler la conscience des petits nombres et des petites quantités. Travailler aussi chaque nombre de 1 à 5 en le liant à sa quantité, afin que cela devienne un automatisme.

Explication du choix des fruits :

J'ai pris la cerise pour la paire qu'elle constitue. J'aimerais observer comment l'élève réagit face à ce fruit lors de ce jeu. Est-ce la paire qui représente l'unité ? Va-t-il se poser cette question ?

De même pour la grappe de raisin, la même réflexion en ressort.

2. Déroulement de la tâche avec le protocole d'entretien

A. Avant la tâche :

J'explique le jeu en réalisant une partie pour du beurre. Je demande s'ils ont compris et si on peut commencer la partie. Je leur dis également que je serai l'arbitre et donc j'ai le dernier mot s'ils ne sont pas d'accord.

Je leur dis :

« Vous allez chacun recevoir un tas de cartes. Vous ne devez pas regarder les cartes et les laisser retourner devant vous. Chacun a son tour, vous allez retourner une carte. Si une des cartes représente le nombre roi, vous devrez taper sur la sonnette. Le nombre roi est compris entre 1 et 5. Il doit être décidé avant de commencer à jouer. Il y a aussi des règles à respecter avec vos mains : la main avec laquelle vous allez taper sur la sonnette doit être à plat sur la table et vous retournez les cartes avec l'autre main. De plus, les cartes doivent être retournées pour que le camarade les voit en premier donc en direction de la sonnette qui sera placée au centre de la table. Si ces règles ne sont pas respectées, vous devrez donner 2 cartes à l'autre joueur. »

B. Pendant la tâche :

Je mène une observation en tenant compte de ma grille d'entretien.

Je n'interviens pas en posant des questions sauf si un événement intéressant survient. Sinon, je laisse le jeu se dérouler et j'observe.

- L'élève peut aussi ne pas aimer ce genre de jeu et donc être démotivé. Si c'est le cas, je ne ferai pas toute la séance avec ce jeu. Ils feront une seule partie.
- L'élève pourrait aussi perdre ses moyens à cause de la compétition. Si c'est le cas, je fais le choix de ne pas intervenir et d'observer finalement ce que l'émotion peut provoquer dans le résultat. Cela serait intéressant à observer et à analyser.

C. Après la tâche :

Une fois que la séance arrive à sa fin, je les informe que ça sera bientôt terminé. Et je leur pose les questions suivantes :

- Si rien n'a été remarqué avec les ensembles de fruits représentant une quantité, je leur poserais les questions suivantes :
 - « Ici, nous avons une cerise. Et pourtant, il y en a deux. Et vous l'avez utilisé comme une. Pouvez-vous me l'expliquer ? »
 - « Ici, nous avons du raisin. Et pourtant, il y en a plusieurs sur cette grappe. Et vous l'avez utilisé comme une unité. Pouvez-vous me l'expliquer ? »
- « Avez-vous aimé ce jeu ? »
- « Qu'est-ce qui vous a plu ? »
- « Qu'est-ce que vous avez moins aimé ? »
- Quel est le niveau de difficulté ? Sur une échelle de 1 à 10 en sachant que 10 c'est presque impossible à résoudre pour l'élève. (Avec cette phrase, je me permets aussi de contrôler l'aspect ordinal et cardinal du nombre chez l'élève.)

3. Liens avec le schéma :

CATEGORIE A :

Ai-je le droit d'avoir ma main posée sur la sonnette ? Faut-il attendre que tout le monde ait retourné les cartes ?

CATEGORIE B :

Les règles du jeu sont expliquées oralement et soutenues avec un exemple visuel. On fait une première partie pour du beurre.

Souvent lors des jeux, les élèves semblent comprendre assez rapidement les consignes et cela ne leur pose pas de souci lorsqu'il faut redemander une explication.

L'élève pourrait quand même rencontrer quelques difficultés :

- Ne pas comprendre du premier coup pourrait l'induire en erreur au début du jeu et l'élève qui perd peut perdre en confiance lors du jeu et ne plus être motivé. L'élève qui gagne par contre gagne en confiance et ressent un certain pouvoir satisfaisant.

CATEGORIE C :

L'élève associe-t-il les quantités au nombre correspondant.

Il est possible que l'élève confonde les nombres et les quantités comme 3 et 4 ou 4 et 5. Selon les résultats d'une étude de Baroody en 2017, pour les petites quantités comme 1 ou 2, les élèves ne se trompent pas. Du moins, le pourcentage d'erreur est nul.

CATEGORIE D :

- Il se peut que les élèves veuillent aller trop vite sonner et donc se précipitent et se trompent.
- Il se peut aussi que les élèves soient justement trop lents et ne sonnent jamais la cloche parce que le temps d'associer l'image à l'action, image du nombre roi et l'action de sonner la cloche, un autre élève aura peut-être déjà sonné. C'est souvent plus compliqué pour les élèves maladroits ou ayant des soucis psychomoteurs ou encore des soucis de motricités fines.

Grille d'observation lors des entretiens de la résolution de calcul

Catégorie	Critères	Indicateurs observables	Observations
	Maîtrise de la langue	Compréhension de la consigne	
		Compréhension du symbole mathématique de l'opération d'addition : +	
		Compréhension du symbole mathématique représentant le résultat : =	
		L'élève utilise le nombre comme un langage pour désigner un ordre ou une quantité ?	
		L'élève utilise le nombre plutôt comme un son à réciter.	
		Remarques :	
	Calculer	L'élève met en relation les quantités à partir de leurs seules représentations numériques, sans utiliser de collections-témoins.	
	Opération	L'élève connaît l'addition : Le principe d'ajout est compris.	
		L'élève tente-t-il de résoudre le calcul en effectuant une addition ou reste-t-il enfermé dans le comptage : "enfants compteurs"?	
		L'élève a conscience de l'invariance du nombre.	
		L'élève maîtrise la numération.	
		L'élève comprend que $3+2$ est la même chose que $2+3$.	
		Remarques :	
	Enfant compteur	L'élève semble-t-il bloqué dans le comptage	
		L'élève compte en ayant comme référence la cardinalité du nombre	
		L'élève utilise le comptage comme procédure	
	Habitudes de résolution	Comptage avec les doigts ?	
		Comptage oral ?	
		Utilisation de matériel : pions, jetons, allumettes, ... ?	
		Utilisation d'un dessin pour illustrer le calcul ?	
		Comptage mental, représentation mentale du calcul et résultat	

		automatique?	
		L'élève n'a pas de technique de résolution?	
		L'élève est-il conscient d'avoir mis une procédure en place ?	
		L'élève a appris une technique de résolution mais ne la maîtrise pas.	
		Autres?	
		L'élève connaît les nombres	
		L'élève connaît la valeur quantitative des nombres?	
		L'élève connaît la valeur ordinale des chiffres ?	
		Pour l'élève, les chiffres représentent une quantité.	
		Émotion ressentie avant la tâche	
		Émotion ressentie pendant la tâche	
		Émotion ressentie après la tâche	
		Blocage émotionnel ressenti? Confié?	

Nouvelle grille d'analyse pour la récolte de données.

Nom élève :			
Tâches	Niveau	Observations ciblées	Phrases ou comportements particuliers
1	1		
	2		
	2.2		
	3		
2	1		
	2		
	3		
3	1		
	2		
	3		
4	1		
	2		

Autorisation de filmer Formation en Pédagogie Spécialisée (FPS)



Madame, Monsieur,

Dans le cadre de ma formation d'enseignante spécialisée, je dois filmer des moments de classe. Ceci dans le but de juger ma pratique d'enseignante. Il est donc en aucun cas question de juger votre enfant.

Je tiens aussi à préciser que cette vidéo sera soumise au secret professionnel et ensuite supprimée.

En vous remerciant par avance de bien vouloir prendre en compte cette demande, je vous prie d'agréer, Madame, Monsieur, l'expression de mes salutations distinguées.

Année scolaire :

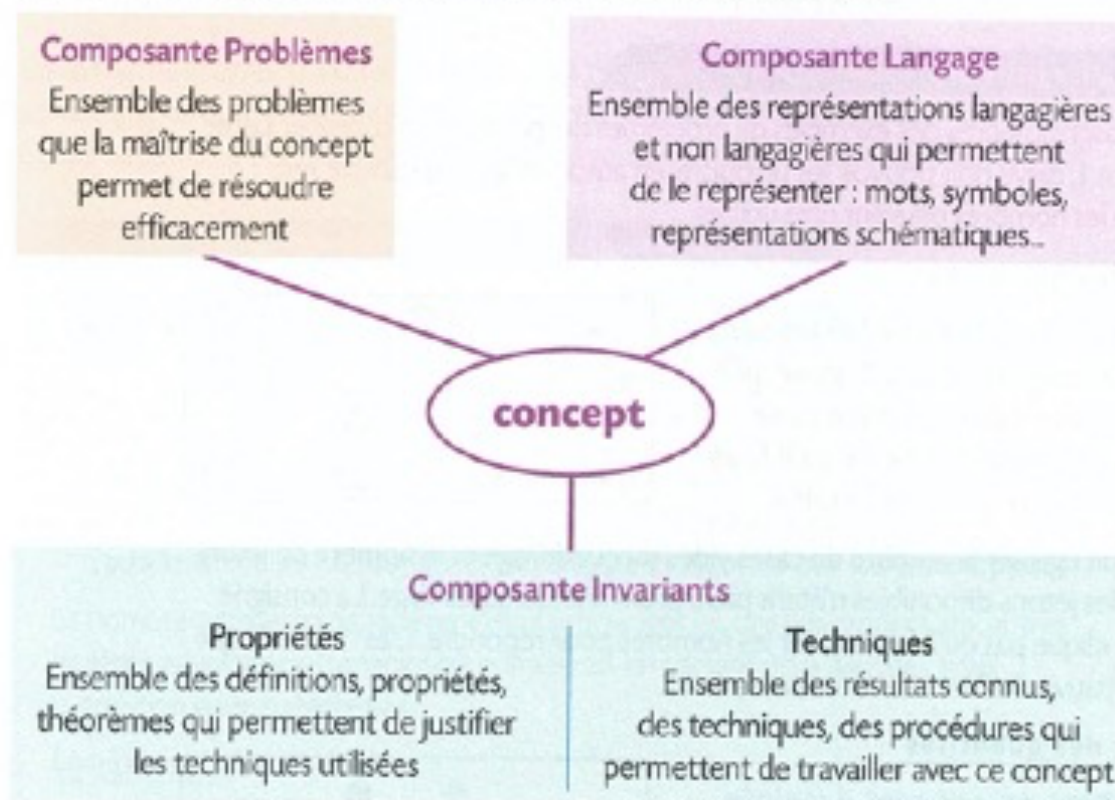
Je, soussigné-e, prénom, nom	
Adresse	
Téléphone, mail	
J'autorise que mon enfant soit filmé par son enseignant-e à divers moments en classe, et ceci strictement dans le cadre de la Formation en pédagogie spécialisée (FPS)	<input type="checkbox"/> Oui <input type="checkbox"/> Non
Nom de l'élève	
Remarques	

Lieu et date	
Signature	

Dans ce cadre théorique, le concept mathématique de nombre est caractérisé par :

1. les situations problématiques qui lui donnent du sens (c'est-à-dire les questions auxquelles son utilisation permet de répondre efficacement) ;
2. l'ensemble des propriétés et des techniques (regroupées sous le terme d'invariants) qui permettent d'opérer sur les nombres³ ;
3. les représentations qui permettent d'évoquer le concept (sous forme langagière, symbolique, graphique...).

Cette approche peut être illustrée par le schéma ci-dessous :



À l'aide de ce schéma, il devient alors possible de catégoriser les questions qui peuvent être posées pour évaluer la maîtrise du concept de nombre par de jeunes enfants (les exemples sont, pour l'ensemble du chapitre, choisis en fin de CP), même si, le plus souvent, plusieurs composantes interviennent simultanément pour répondre à une question.